

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЖИТОМИРСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

С. П. Семенець

ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА

(розроблена на основі концепції розвивальної освіти)

Галузь знань: 0402 – фізико-математичні науки

Напрямок підготовки: 6.040201 – математика

Рекомендовано Інститутом інноваційних технологій і змісту освіти
Міністерства освіти і науки України для студентів фізико-математичних
факультетів вищих педагогічних навчальних закладів

Житомир
Вид-во ЖДУ ім. І. Франка
2008

УДК 51
ББК 22.10
С30

Рекомендовано Інститутом інноваційних технологій і змісту освіти Міністерства освіти і науки України як навчальна програма з дисципліни „Елементарна математика” для студентів фізико-математичних факультетів вищих педагогічних навчальних закладів (Лист № 1.4/18-Г-1122 від 20.05.08)

Рецензенти:

- заслужений працівник освіти України, доктор фізико-математичних наук, професор Харківського національного університету імені В. Каразіна **Ю.В. Гандель**;
- завідувач кафедри вищої математики і методики викладання математики Донецького національного університету, доктор педагогічних наук, професор **О.І. Скафа**;
- доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри геометрії та методики навчання математики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького **Н.А. Тарасенкова**.

С30 **Елементарна математика. Навчальна програма (розроблена на основі концепції розвивальної освіти) / Укладач**
доцент Семенець С.П. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2008. – 88 с.

УДК 51
ББК 22.10

Навчальне видання
СЕМЕНЕЦЬ Сергій Петрович

**ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
(розроблена на основі концепції розвивальної освіти)**

Надруковано з оригінал-макета автора

Підписано до друку 12.05.08. Формат 60х90/16. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman. Друк різнографічний.
Ум. друк. арк. 5.34. Обл. вид. арк. 5.0. Наклад 100. Зам. 102.

Видавництво Житомирського державного університету імені Івана Франка
м. Житомир, вул. Велика Бердичівська, 40
Свідectво про державну реєстрацію:
серія ЖТ №10 від 07.12.04 р.
електронна пошта (E-mail): zu@zu.edu.ua

ЗМІСТ

Загальні положення	4
Методичні аспекти вивчення програмного матеріалу	14
Мета і завдання курсу	25
Зміст модулів. Розподіл навчальних годин	27
Зміст лекцій, практичних занять	30
Самостійна робота студентів	46
Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів	74
Список рекомендованої літератури	82

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Зміни, що відбуваються в суспільній свідомості, які пов'язані із процесами гуманізації, гуманітаризації, демократизації, міжнародної інтеграції, привели до необхідності побудови нових моделей школи та вузу. **З огляду на існуючий стан розвитку освітньої галузі держави ми дійшли висновку, що одним із основних протиріч системи освіти є невирішеність проблеми учіння, яка, як визнають провідні українські вчені-дидакти, є найбільш складною і найменше опрацьованою, а в методичному плані – перебуває лише на початковому етапі дослідження.** Визнання учня, студента як суб'єктів навчальної і навчально-професійної діяльності – ось, що лежить в основі розв'язання цієї проблеми. Однак у традиційних методиках часто це здійснюється формально, без урахування того, що для суб'єкта пізнання процес здобування знань, формування вмінь та навичок можливий лише завдяки: актуалізації його суб'єктного досвіду, задачно-операційного, емоційно-ціннісного та потребово-мотиваційного компонентів діяльності. Як правило, втрачається інтерес до процесу навчання, зникає бажання та не формуються вміння самостійно розв'язувати навчально-пізнавальні задачі, оскільки, якість засвоєних знань визначається передусім рівнем запам'ятовування та відтворення, поданих викладачем (учителем) у готовому вигляді знань, способів дій і способів мислення.

Аналіз системи цілей, змісту, методів, організаційних форм і результатів розвивального навчання, дозволяє зробити висновок про його відповідність сучасним світовим, європейським тенденціям, національній концепції розвитку освіти. Завдяки зорієнтованості розвивальної освіти (системи цілей) на **розвиток науково-теоретичного мислення, формування суб'єктів навчальної (навчально-професійної) діяльності, становлення особистостей як суб'єктів життєдіяльності**, стають можливими реалізація ідеї навчання впродовж життя, самоосвіта, саморозвиток, самореалізація та самоактуалізація особистості учня і студента.

Створення концепції розвивальної освіти в системі методичної підготовки майбутніх учителів математики є **загальною проблемою**, яку ставить автор програми в своїх дослідженнях. Значний внесок у розвиток дидактики математики зробили науковці-дослідники: А.К. Артемов, Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, М.І. Бурда, О.С. Дубинчук, М.Я. Ігнатенко, Ю.М. Колягін, В.М. Осинська, Д. Пойа, О.І. Скафа,

З.І. Слєпкань, А.А. Столяр, Н.А. Тарасенкова, В.О. Швець, М.І. Шкіль та інші. Однак, у теорії та методиці професійної освіти досі не розв'язана проблема розвивального навчання в системі методичної підготовки майбутніх учителів математики. Теоретичною та методологічною основою наших досліджень стали роботи педагогів, психологів, методистів: Ш.А. Амонашвілі, Л.С. Виготського, П.Я. Гальперіна, В.В. Давидова, А. Дістервега, О.К. Дусавицького, Д.Б. Ельконіна, Л.В. Запорожця, Г.С. Костюка, О.М. Леонтьєва, С.Д. Максименка, О.М. Матюшкіна, М.І. Махмутова, Н.О. Менчинської, Д. Пойа, В.В. Рєпкіна, Н.В. Рєпкіної, С.Л. Рубінштейна, В.В. Рубцова, З.І. Слєпкань, Н.Ф. Тализіної, К.Д. Ушинського, Г.А. Цукерман та інших.

У рамках визначеної загальної проблеми потребують відповіді такі питання:

1. Як має бути організований навчальний процес у вузі, щоб його продуктом була не певна сукупність знань, що традиційно зорієнтована на запам'ятовування та відтворення двічі на рік (у період сесій), а системні знання й узагальнені способи дій, які лежать в основі розв'язування поставлених навчально-професійних задач?

2. Які фактори дозволяють наблизити навчальний процес у вузі до дослідницької діяльності?

3. Які психолого-педагогічні умови навчання, в основі якого орієнтація не стільки на знання, як на принципи одержання нових знань і конструювання способів дій під час розв'язування навчально-професійних задач?

4. Як може бути представлена концепція моделі навчально-професійної діяльності в розвивальній освіті?

5. Якою має бути структура змісту навчального матеріалу, що розвиває науково-теоретичне мислення і слугує організації навчально-професійної діяльності студентів згідно її визначених структурно-функціональних компонентів?

6. Які критерії навчальних досягнень студентів з позицій розвивального підходу?

7. Що забезпечує формування персональних пізнавальних стилів (стилів учіння) суб'єктів навчально-професійної діяльності?

Необхідність розробки нової програми з елементарної математики обумовлена постановкою нових цілей і завдань у системі професійної підготовки майбутніх фахівців, що здійснюється в рамках концепції розвивальної освіти. Реалізація яких, на наш погляд, у значній

мірі, залежить від змісту навчального матеріалу, його структури, загальної логіки побудови і розгортання в процесі вивчення. Ми апелюємо до думки видатного психолога Л.С. Виготського про те, що навчання свою провідну роль у розумовому розвитку здійснює, перш за все, через зміст засвоєних знань; до ідеї розробника теорії розвивального навчання В.В. Давидова стосовно того, що основою розвивального навчання слугує його зміст, від якого похідні методи (або способи) організації навчання.

Навчальна програма створювалася на основі головних концептуальних засад теорії розвивальної освіти у відповідності до таких положень:

1. Зміст навчального матеріалу має відповідати цілям розвивального навчання та визначатися на основі „зон ближчого розвитку” студентів, які згідно вчення Л.С. Виготського, створюються в процесі спілкування та співробітництва із викладачем (ученим) і товаришами, орієнтують на здійснення самостійної (колективно розподіленої та індивідуальної) навчально-пізнавальної діяльності. Тому центральне місце в його структурі мають займати задачі-проблеми, які розв’язують протиріччя між наявними знаннями та новими фактами прикладного і практичного змісту, що, з іншого боку, є необхідною умовою розвитку науково-теоретичного мислення, змістово-теоретичних дій (аналіз, абстрагування, узагальнення, планування, рефлексія) та самосвідомості, формування навчально-професійної та науково-дослідної діяльності. *Дискредитація традиційно прийнятої установки на одержання готових знань – одна із головних концептуальних вимог розвивального навчання (у цьому його інновація і найсуттєвіша відмінність від традиційного).*

2. До змісту навчання мають входити не тільки система теоретичних понять, на основі якої формується структура навчальної дисципліни, але й методологічні принципи одержання (відкриття) нових знань, способи навчально-пізнавальних дій, теоретичні методи пізнання та мислення, які відносяться до загальнонаукових. Це значною мірою слугує організації математичної, навчально-професійної, науково-дослідницької діяльності студентів, що здійснюються у формі постановки та розв’язування відповідних видів задач.

3. Зміст навчання має бути структурований та зведений до єдиної логічної основи, включати методологічні засади та струк-

тури математики як науки (згідно досліджень Бурбакі). Увесь навчальний матеріал розбитий на взаємопов'язані змістові блоки (модулі), у кожному з яких сформульовані відповідні змістові узагальнення (основні відношення, теоретичні поняття та їх властивості, узагальнені способи дій, методи розв'язування задач). Під структуруванням навчального матеріалу прийнято розуміти процес виявлення його елементів (значущих частин) і встановлення істотних зв'язків між ними. Такі елементи й зв'язки в їх сукупності утворюють структуру навчального матеріалу, яка дає змогу впорядкувати й організувати систему знань, формувати змістові узагальнення, мати уявлення про дисципліну в цілому (включаючи й операційний компонент).

Згідно концепції розвивальної освіти вивчення теоретичного матеріалу, розв'язування всіх типів задач (прикладних, практичних, математичних, навчальних, навчально-теоретичних) має здійснюватися відповідно до загальнонаукового методу пізнання і мислення – сходження від загального (абстрактного) до конкретного. Механізмами реалізації цієї ідеї є структурно-математичний аналіз, математичне та навчальне моделювання (формування змістових абстракцій та узагальнень), а в процесі розв'язування задач вищого рівня теоретичного узагальнення (навчально-теоретичних) – система загальнонаукових теоретичних методів дослідження: історичний та логічний, аксіоматичний та системний, моделювання та сходження від абстрактного до конкретного. Важливою складовою процесу навчального пізнання є рефлексія виконаної діяльності (самоаналіз, самооцінка, самоконтроль), що слугує глибокому усвідомленню теоретичної і практичної складових програмного матеріалу, формуванню особистісного (суб'єктного) ставлення до нього.

Структурно-математичний аналіз навчального матеріалу включає послідовність операцій, направлених на:

- 1) обґрунтування теоретичних (методологічних) основ (провідної математичної ідеї, методу математичного пізнання);
- 2) виділення основних математичних понять, відношень і їх властивостей (аксіом) згідно з поняттям математичної структури;
- 3) визначення структури системи означувальних понять і відношень, з'ясування способів їх введення (означення);
- 4) виділення основних теорем (ознак, властивостей, критеріїв), обґрунтувань їх структури, способів і методів доведення;
- 5) строге математичне обґрунтування виконуваних перетворень

- (алгебричних, трансцендентних, геометричних);
- 6) визначення основних методів математичного дослідження;
 - 7) виділення основних типів математичних (базових) задач, прийомів, способів та методів їх розв'язування;

Структурно-математичний синтез передбачає моделювання теорії в рамках однієї математичної моделі (інтерпретація основних понять, відношень і властивостей), створення узагальнюючої схеми практичної складової навчального матеріалу (прийомів, способів, методів доведення, дослідження, розв'язування задач). Побудована теоретична модель системи математичних знань та способів дій утворює цілісну структуру, що дозволяє мати повне уявлення про зміст (сутність) навчального матеріалу дисципліни. Саме ***формування цілісних уявлень про способи математичного пізнання оточуючої дійсності, математичну структуру, загальні методи розв'язування прикладних, практичних і математичних задач, що передбачає побудову, дослідження та реалізацію математичних і навчальних моделей, є одним із центральних завдань концепції розвивальної освіти.***

Таким чином, структурно-математичний синтез навчального матеріалу дозволяє:

- 1) побудувати інтерпретації (моделі) математичних теорій (декартову, векторну) із попередньо визначеною системою основних понять, відношень і властивостей;
- 2) реалізовувати основні математичні поняття, відношення та властивості, відкриті прийоми, способи та методи розв'язування задач у практичній діяльності людини під час розв'язування прикладних і практичних задач;
- 3) створювати цілісні структуровані моделі математичних знань (теоретичних і практичних), способів дій (навчальні моделі прийомів, способів та методів розв'язування задач), математичного відображення (пізнання) оточуючої дійсності.

4. Усі теоретичні поняття мають вивчатися, починаючи з аналізу умов їх походження та розвитку (генези). Саме це дозволяє суб'єктам навчального пізнання зробити висновок про необхідність їх введення та побудови науково обґрунтованої теорії. Як правило, результатом цього аналізу стають конкретні практичні і прикладні задачі, які в свій час розв'язувалися в зв'язку з потребами практичної діяльності людини. Ґрунтовні знання викладача з історії науки, насамперед історії математики, в змозі забезпечити виконання названої вимоги. Значущість такого змістового аспекту не можна недооцінювати,

оскільки, *навчання є розвивальним, якщо воно розв'язує проблему походження теоретичних знань.*

5. Змістом навчання мають бути різного виду моделі, схеми, зокрема, семіотичний компонент шкільної математичної освіти. Метод теоретичного моделювання передбачає наукове абстрагування, у якому відображені істотні зв'язки та відношення в структурі об'єктів навчального пізнання. У системі методичної підготовки майбутніх учителів математики в залежності від виду виконуваної діяльності (задач, які розв'язуються) можуть створюватися:

- математичні моделі теоретичних (прикладних) і практичних задач;
- загальні схеми задачних ситуацій, які розкривають сутність різних типів задач (їх структуру) курсу елементарної математики;
- узагальнені схеми формулювання теорем (ознак, властивостей, критеріїв), що передбачають застосування операцій математичної логіки (кон'юнкція, диз'юнкція, заперечення, імплікація, еквівалентність);
- навчальні моделі способів та методів розв'язування основних типів задач (прикладних, практичних, математичних), доведення теорем, математичного дослідження (застосування методів математичного моделювання, векторно-координатного числення);
- моделі, які відображають просторові особливості об'єктів пізнання (рисунки геометричних фігур, макети та ін.);
- знаково-символьні моделі (числові системи, змінні величини, формули, логічні операції, квантори та ін.);
- змістово-графічні інтерпретації математичних понять, відношень, тверджень (вектори, графіки функцій і залежностей, діаграми та ін.);
- моделі організації колективної, колективно розподіленої та індивідуальної навчальної діяльності школярів у процесі відшукування способів розв'язування задач, доведення теорем, математичного дослідження, а також реалізації задачного підходу до вивчення теоретичного матеріалу;
- узагальнені схеми існуючих методів навчання математики (конкретно-індуктивний, абстрактно-дедуктивний, доцільних задач тощо), зокрема тих, що здійснюється в рамках концепції розвивальної освіти;
- моделі способів розв'язування навчальних, методичних, навчально-методичних і навчально-теоретичних задач, які представлені у

вигляді ієрархії відповідних дій та операцій;

- дидактичні (методичні) моделі, що створюються з метою організації навчальної діяльності школярів у процесі вивчення математики;

- моделі наукового розв'язання задач-проблем, організації науково-дослідної діяльності студентів, що відображають її етапність і зміст.

Названі моделі виступають загальними орієнтирами під час розв'язування конкретних прикладних, практичних, математичних, навчальних, навчально-методичних, навчально-теоретичних, педагогічних, науково-дослідницьких задач, які ставляться перед майбутніми вчителями математики в їх професійній підготовці. Тому усвідомлене засвоєння цих моделей, що можливе лише за умови організації навчально-професійної діяльності студентів, слугує формуванню основних компонентів у структурі професійних компетентностей. Водночас моделювання як спосіб наукового пізнання сприяє реалізації іншого теоретичного методу відображення дійсності та мислення – сходження від абстрактного до конкретного, який відображає загальну логіку навчально-виховного процесу, організованого в рамках концепції розвивальної освіти.

6. Вирішальна роль у змісті навчання має належати різного виду задачам, оскільки саме в процесі реалізації задачного підходу здійснюється формування та розвиток навчально-професійної діяльності студентів. Теоретичні (прикладні), практичні, математичні задачі, які об'єднує метод математичного моделювання, забезпечують фахову підготовку, розвиток математичних здібностей, формування математичної діяльності майбутніх фахівців. Навчальні, методичні, навчально-методичні, навчально-теоретичні, виховні задачі слугують становленню студентів як висококваліфікованих учителів, розвитку педагогічних здібностей, формуванню навчально-професійної та педагогічної діяльності. З огляду на це, вважаємо, що центральним концептуальним положенням розвивального навчання в процесі методичної (як і загалом професійної) підготовки майбутніх учителів математики є реалізація задачного підходу до формування навчально-професійної діяльності, ***принцип розвивальної наступності системи навчально-професійних задач, згідно якого кожен наступний тип розв'язуваних задач має вирізнятися від попереднього вищим рівнем змістового теоретичного узагальнення.***

7. Зміст навчання має задовольняти вимогу фундаментально-

сті освіти. Одним із істотних завдань розвивального навчання є не тільки оволодіння вузькою кваліфікацією в традиційному розумінні, але й системні знання на рівні методології як вузькофахової, так і загальнонаукової. Обсяг теоретичних знань, засвоєних способів навчально-пізнавальних дій має бути достатнім для *самостійного продовження навчання, проектування індивідуальної траєкторії учіння, самореалізації й саморозвитку в майбутній професійній діяльності.*

Аналіз навчальних програм педагогічних університетів показує, що в системі методичної підготовки вчителів математики найбільше академічних годин відводиться на вивчення практичного курсу елементарної математики. З огляду на це, вважаємо, що він має стати основним (базовим) у процесі формування та розвитку навчальної діяльності студентів (колективної, колективно розподіленої та індивідуальної) уже на першому році навчання в педагогічному університеті. Необхідною умовою цього є дотримання визначених концептуальних положень і вимог, що висувуються у зв'язку з постановкою системи цілей розвивальної освіти і пов'язаних, передусім, із розвитком науково-теоретичного мислення студентів, формуванням суб'єктів навчальної (навчально-професійної) діяльності. Ми виходимо з того, що саме на практичних заняттях у найбільшій мірі можуть бути створені умови для формування та розвитку колективно розподіленої навчальної діяльності студентів і її інтеріоризації в індивідуальну. *Таким чином, домогтися реалізації одного із основних положень теорії розвивального навчання (культурно-історичної концепції Л.С. Виготського) про формування індивідуального суб'єкта діяльності із колективного. Із іншого боку – процес розвитку та саморозвитку особистості в діяльності згідно принципу А.В. Петровського найкраще здійснюється в невеликій референтній групі студентів, яка створена з метою постановки та знаходження способів і методів розв'язування різних видів задач (у нашому випадку прикладних, практичних, математичних, навчальних і навчально-теоретичних).*

Концепція розвивальної освіти передбачає виділення „клітинки” – *генетично вихідного теоретичного поняття, на основі якого розкривається сутність усієї різноманітності навчального матеріалу в структурах його теоретичної та практичної (задачної) складових.* Вважаємо, що такою „клітинкою” в курсі елементарної

математики є поняття „**математичної моделі**”, яке виконує роль генетично вихідного (базового) в розробленій програмі.

Загальне означення математичної моделі X деякого об'єкта (системи об'єктів) U може бути сформульоване на основі поняття математичної структури. Множина (система) математичних об'єктів $X\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ із введеними в ній математичними операціями (відношеннями) $X\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$, що задовольняють властивостям $X\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k\}$ є математичною моделлю множини (системи) об'єктів $U\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ із виконуваними в ній діями $U\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n\}$, які мають властивості $U\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k\}$, якщо:

1) між елементами, операціями (діями) та властивостями, що виконуються в цих множинах, можна встановити взаємно однозначну відповідність;

2) результат дії між двома елементами в множині X відповідає елементу множини U , що є результатом відповідної дії між відповідними елементами цієї ж множини.

Таким чином, *означення математичної моделі формулюється через поняття ізоморфізму між множинами різної природи, задовольняє властивості відношення еквівалентності (рефлексивність, симетричність і транзитивність)*. Саме це дає змогу:

1) зробити висновок про існування різних математичних моделей об'єкту, процесу, явища, адже за властивістю еквівалентності, якщо X_I – математична інтерпретація моделі X , то X_I буде математичною моделлю системи U ;

2) вивчати найрізноманітніші процеси, які за своїми зовнішніми характеристиками не мають нічого спільного (наприклад, генетичний код живих організмів різних видів, світлові та електромагнітні явища, теплота та коливання в ядрі атома та інше);

3) відображати кількісні характеристики та конструктивні особливості предметів, процесів, явищ, що інтерпретуються в алгебричних, трансцендентних, функціональних, диференціальних, інтегральних рівняннях, геометричних конструкціях тощо;

4) формувати змістово-теоретичні абстракції та узагальнення в процесі навчального та наукового пізнання (що відіграє важливу роль і займає особливе місце в розвивальній освіті).

Розроблена програма створена на основі прийнятих галузевих стандартів вищої освіти (освітньо-професійної програми підготовки бакалавра), адаптована до кредитно-модульної системи навчання. Вона охоплює всі змістові модулі, визначені освітньо-професійною

програмою для мінімальної кількості годин, передбачених державним стандартом освіти. *Лейтмотивом її є:*

1) актуалізація змістово-теоретичних дій (аналіз, абстрагування, узагальнення, планування, рефлексія) у процесі вивчення програмного матеріалу;

2) першочергове розв'язання проблеми походження теоретичних знань завдяки постановці та розв'язуванню системи прикладних і практичних задач;

3) конструювання системи задач відповідно до принципу розвивальної наступності (кожен наступний тип розв'язуваних задач вирізняється від попереднього вищим рівнем змістового теоретичного узагальнення);

4) математичне та навчальне моделювання розв'язуваних задачних ситуацій (формування змістових абстракцій та узагальнень);

5) вивчення навчального матеріалу згідно логіки сходження від абстрактного до конкретного;

6) рефлексія процесу учіння;

7) проектування індивідуальної траєкторії учіння, самореалізація й саморозвиток особистості майбутнього вчителя математики в провідній діяльності – навчально-професійній.

Різнотипність задач, ієрархія рівнів їх змістового теоретичного узагальнення, різні види інтерпретацій задачних ситуацій, як і загалом, можливість суб'єктної поведінки студентів на кожному етапі навчального пізнання, дозволяють послуговуватися імовірнісними чинниками організації процесу учіння, що в свою чергу створює необхідні умови для реалізації стильового підходу в навчанні, формування персональних пізнавальних стилів (стилів навчання) суб'єктів навчально-професійної діяльності.

У структурі програми **реалізуються міждисциплінарні зв'язки** з такими вузівськими курсами: *«Загальна психологія», «Педагогіка», «Історія математики», «Методика навчання математики», «Математичний аналіз», «Аналітична геометрія», «Основи геометрії», «Проективна геометрія», «Диференціальна геометрія і топологія», «Алгебра і теорія чисел», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Дискретна математика».*

МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИВЧЕННЯ ПРОГРАМНОГО МАТЕРІАЛУ

Вивчення змістових компонентів розробленої програми на практичних заняттях має здійснюватися шляхом сходження від **абстрактного (загального) до конкретного** на основі розробленого нами **розвивально-задачного методу навчання математики**. Концепція навчальної діяльності, діяльнісний підхід до навчання математики як головна умова забезпечення ефективності математичної освіти, системний і особистісно орієнтований і розвивальний підходи до організації процесу учіння складають теоретичну основу розвивально-задачного методу навчання математики. Його назва обумовлена тим, що, по-перше, *пропонований метод навчання математики актуалізує передусім науково-теоретичне мислення* (змістові: аналіз, абстрагування, узагальнення, планування, рефлексія), яке забезпечує знаходження об'єктивно існуючих закономірностей становлення (походження) та розвитку об'єкта навчального пізнання. По-друге, *розвивально-задачний метод навчання математики репрезентує задачний підхід до процесу формування та розвитку навчальної діяльності*, який обґрунтовується в роботах вітчизняних та зарубіжних психологів: Г.О. Балла, Д.Б. Богоявленської, П.Я. Гальперіна, В.В. Давидова, О.К. Дусавицького, Д.Б. Ельконіна, Г.С. Костюка, С.Д. Максименка, Е.І. Машбиця, В.В. Рєпкіна, Н.В. Рєпкіної, Н.Ф. Талізінної та інших. По-третє, у розробленому нами методі навчання математики *реалізується принцип розвивальної наступності системи задач: здійснюється поетапне підвищення рівня теоретичного узагальнення розв'язуваних задачних ситуацій*.

Зважаючи на те, що всі методи навчання мають бінарний характер, *розвивально-задачний метод навчання математики, з одного боку, є способом педагогічної діяльності викладача (учителя), що спрямований на формування та розвиток навчально-професійної діяльності студентів (навчальної діяльності школярів), а з іншого – способом організації навчально-пізнавальної діяльності студентів (школярів) з метою розв'язування навчальних і навчально-теоретичних задач*. Наведемо його основні структурні компоненти.

I етап. Постановка та розв'язування задачі (задач) у рамках засвоєного способу дій (створення ситуації успіху). Контроль та змістова оцінка виконаної діяльності. Створення проблемної задачної си-

туації, яка не може бути розв'язана на основі відкритих раніше знань і сформованих способів дій.

II етап. Постановка базової (практичної, прикладної) задачі-проблеми, її змістовий аналіз. Виділення цілком певного генетичного початкового відношення, створення його математичної моделі. Побудова математичної моделі задачної ситуації та її реалізація під час розв'язування математичної задачі. Обґрунтування способу розв'язування базової задачі, контроль виконаних дій та змістова оцінка їх засвоєння.

III етап. Постановка та розв'язування навчальної задачі. Конструювання загального способу (методу) розв'язування типових задач, побудова його навчальної моделі як ієрархії навчальних дій. Контроль за виконанням навчальних дій, змістова оцінка засвоєння способу розв'язування типових задач.

IV етап. Реалізація побудованої навчальної моделі: конструювання та розв'язування системи частинних задач (прикладних, практичних, математичних) відповідно до логіки сходження від загального (абстрактного) до конкретного. Контроль виконаних навчальних дій у процесі розв'язування кожної задачі. Змістова оцінка рівня засвоєння узагальненого способу дій.

V етап. Змістовий аналіз попередніх етапів, контроль способів навчальних дій, змістова оцінка виконаної навчальної діяльності (що відіграє роль окремої задачі). Постановка нової задачі (навчально-теоретичної), що передбачає відкриття нових знань, застосування засвоєного способу дій у інших задачних ситуаціях, формування способу дій вищого рівня змістового теоретичного узагальнення.

Змістовими характеристиками першого етапу є ***ситуація вимушеного успіху***, на необхідності якої наполягав В.О. Сухомлинський: „Успіх має бути не кінцем навчальної роботи учня, а її початком”. Завдяки організації навчального діалогу, співробітництву вчителя та учнів, створенню проблемної задачної ситуації (навчального протиріччя) формуються ***зони ближчого розвитку*** студентів (школярів), які згідно з культурно-історичною теорією Л.С. Виготського на наступних етапах перетворюються в зони актуального розвитку. Із психологічної точки зору сутність цього процесу полягає в ***„переведенні колективно виконуваної психічної функції в план її індивідуально-самостійного здійснення”***.

Другий етап передбачає виконання дій змістового аналізу й абстрагування, реалізацію методу математичного моделювання в процесі

розв'язування поставленої базової (прикладної, практичної) задачі, відшукування способу розв'язання задачі іншого типу – математичної. На цьому ж етапі розв'язується одне з центральних завдань розвивальної освіти – **проблема походження теоретичних знань**. На необхідності розв'язання її в системі математичної освіти неодноразово наголошував видатний математик А.М. Колмогоров: „...відкрив у шкільному викладанні математичних понять від їх походження приводить до повної безпринципності та логічної дефективності курсу”.

Постановка та розв'язування навчальної задачі, навчальне моделювання, формування змістових узагальнень, конструювання та розв'язування системи частинних задач відповідно до логіки сходження від абстрактного (загального) до конкретного, актуалізація змістово-теоретичної дії рефлексії (оцінки й контролю) на третьому і четвертому етапах реалізації розвивально-задачного методу навчання математики **репрезентують концепцію навчальної діяльності Д.Б. Ельконіна – В.В. Давидова в математичній освіті**. Такий спосіб вивчення програмного матеріалу відповідає третьому типу навчання теорії П.Я. Гальперіна про поетапне формування розумових дій і прийомів розумової діяльності, оскільки передбачає **формування в учнів абстракцій і узагальнень змістового характеру, засвоєння теоретичних знань**. Таким чином, **розвивально-задачний метод навчання математики ґрунтується на діяльнісній теорії мислення** і не може бути реалізований у рамках традиційної асоціативно-рефлекторної теорії, яка в цілому не розкриває психологічних особливостей процесу засвоєння.

П'ятий етап характеризується змістовою оцінкою (самооцінкою) і контролем (самоконтролем) виконаної на попередніх етапах навчальної діяльності, **служує рефлексивному напрямку розвитку особистості**, який загалом задає система розвивальної освіти. Водночас (як і на третьому етапі) він передбачає **постановку задачі вищого рівня теоретичного узагальнення**, що забезпечує реалізацію принципу розвивальної наступності системи задач, ідеї дворівневої моделі діяльності, розробленої Д.Б. Богоявленською в методі „креативного поля”. На першому (поверхневому) рівні виконується діяльність з метою розв'язування **конкретної задачі**, на другому (глибинному) – діяльність щодо виявлення скритих закономірностей, що містить **вся система задач**, і, знаходження яких не вимагає умова поставленої базової задачі.

Наведена етапність і проведений теоретичний аналіз розвивально-задачного методу навчання математики дозволяє побудувати його задачну модель:

[прикладні, практичні, математичні задачі, що розв'язуються в рамках засвоєних навчальних моделей] ⇔ [проблемна задачна ситуація: прикладна, практична задача, що не розв'язується в рамках засвоєних навчальних моделей] ⇔ [математичне моделювання, розв'язування математичної задачі] ⇔ [навчальна задача, побудова навчальної моделі способу дій] ⇔ [частинні задачі: реалізація методу сходження від абстрактного до конкретного] ⇔ [контроль і оцінка результатів діяльності як особлива задача] ⇔ [задачі нового виду, вищого рівня узагальнення (навчально-теоретичні)].

У залежності від рівня навчуваності студентів, викладач організовує колективні, колективно розподілені (групові, парні) та індивідуальні форми навчальної роботи. Дидактичною особливістю практичної реалізації розвивально-задачного методу навчання математики є *планомірний і поступовий перехід від колективних і колективно-розподілених форм роботи до індивідуальних*, що слугує процесу інтеріоризації – становленню індивідуального суб'єкта навчально-професійної діяльності із колективного.

Організація процесу навчання (учіння) студентів за розробленою програмою передбачає використання засобів сучасних інформаційно-комп'ютерних технологій (ІКТ). З огляду на цілі, зміст, методи розвивального навчання нами сформульовані основні концептуальні засади методики і технології використання ІКТ у системі методичної підготовки майбутніх учителів математики, до якої належить курс елементарної математики. Вони є такими:

1. Організація комп'ютерного навчання в рамках концепцій навчальної та навчально-професійної діяльності.

2. Доцільність у використанні, створення в процесі комп'ютерного навчання зон ближчого розвитку особистості студента.

3. Реалізація принципу розвивальної задачної наступності: створення, постановка та розв'язування системи задач із структурою, що характеризується ієрархією рівнів змістового теоретичного узагальнення розв'язуваних проблем.

4. Зорієнтованість на формування та розвиток персональних пізнавальних стилів, навчальних стратегій (стилів навчання), що

служать однією з ознак сформованості суб'єктів навчально-професійної (навчальної) діяльності.

5. Дотримання психолого-педагогічних умов та принципів розвивального навчання.

Моделювання конкретних задачних ситуацій (графічне, знаково-символьне), що здійснюється за допомогою комп'ютерного програмного засобу, дозволяє з одного боку прискорити одержання розв'язку задачі, а з іншого – слугує передумовою знаходження способу розв'язування типових задач. Створення та фіксація навчальних моделей у вигляді ієрархії цілком певних дій визначає узагальнений спосіб (метод), який дозволяє розв'язувати частинні задачі. Кожна із визначених навчальних дій складається з операцій, які, за умови сформованості відповідних умінь та навичок, можуть виконуватися програмним засобом. Завдяки цьому зникає потреба у виконанні цілого ряду рутинних операцій за наперед заданим алгоритмом, економиться час, що дозволяє сконцентруватися на формуванні узагальненого способу дій, системності знань, розвитку науково-теоретичного і системного мислення. Водночас можливість графічної інтерпретації задачної ситуації часто має евристичну дію в процесі знаходження іншого способу розв'язування задачі, створення його навчальної моделі. Порівняльний аналіз узагальнених способів дій дозволяє вибрати раціональний (оптимальний). Окрім цього, що особливо важливо для **забезпечення рефлексивного напрямку розвитку особистості**, комп'ютер може виступати як **засіб контролю виконуваних дій і змістової оцінки рівня засвоєння узагальненого способу дій у процесі розв'язування навчальних задач**.

Резюмуючи зміст наведених концептуальних положень, зазначимо, що вони орієнтують на третій тип навчання: змістовий аналіз умови поставленої (базової) задачі; виділення генетично вихідної „клітинки” (теоретичного поняття), побудова її математичної моделі; обґрунтування способу розв'язування задач певного типу, створення навчальної моделі; контроль виконаних дій та змістова оцінка засвоєння узагальненого способу дій.

Для реалізації технологічного підходу до проектування педагогічного процесу в умовах комп'ютерного навчання необхідно визначити ієрархію дій (певний алгоритм, формалізовану структуру) діяльності студентів.

1. Проектування системи роботи на комп'ютері у вигляді ієрархії навчальних задач, змістове планування способів їх

розв'язування. Вибір режиму комп'ютерного навчання в процесі управління навчальною діяльністю.

2. Постановка базової (прикладної, практичної задачі). Моделювання задачної ситуації, виділених генетичних відношень у графічній і буквеній формах (створення змістових абстракцій), графічна інтерпретація знаково-символьної моделі за допомогою комп'ютера. Знаходження способу розв'язування базової задачі у вигляді ієрархії навчальних дій. Виконання за допомогою комп'ютера операцій, що входять до визначеної системи дій. Контроль етапу моделювання та знаходження способу розв'язування базової задачі, його змістова оцінка.

3. Фіксація за допомогою комп'ютера навчальних дій, способів їх виконання у процесі розв'язування типових задач (формування змістових узагальнень); побудова навчальної моделі як ієрархії дій (знаходження способу розв'язування навчальної задачі). Контроль етапу навчального моделювання та змістова оцінка його засвоєння.

4. Конструювання системи частинних задач, що розв'язуються в рамках побудованої навчальної моделі, їх фіксація за допомогою комп'ютера. Розв'язування створених задач (комп'ютерне виконання операцій, що входять до структури навчальних дій). Контроль етапу формування вмінь та навичок (за комп'ютерної підтримки), змістова оцінка рівня засвоєння способу дій.

5. Змістовий аналіз способу комп'ютерного навчання; контроль за виконанням попередніх етапів; змістова оцінка сформованості узагальненого способу дій, виконаної діяльності в цілому; обґрунтування місця і ролі способу дій в загальній системі знань і вмінь змістової лінії. Постановка задачі вищого рівня теоретичного узагальнення у визначеній ієрархії задач (навчально-теоретичної), проектування способу її розв'язування на основі комп'ютерної підтримки.

Основою цієї структури виступає модель *розвивально-задачного методу навчання математики*, що дозволяє актуалізувати та розвивати навчальну діяльність студентів під час використання комп'ютерних програм. З огляду на можливі форми навчальної роботи (колективні, колективно розподілені та індивідуальні) доцільність у використанні ІКТ може бути розкрита через організацію навчально-пізнавальної діяльності студентів, яка в залежності від поставлених

дидактичних цілей та задач, рівня розвитку суб'єктів цієї діяльності (їх навчаюваності), може бути:

1) **індивідуальною** (у кожного студента своя базова задача, що розв'язуються в рамках однієї навчальної);

2) **парною, груповою** (розв'язується одна й та ж навчальна задача за різних базових);

3) **фронтальною** (на основі однієї базової задачі знаходиться узагальнений спосіб дій у процесі розв'язування типових задач).

Не зважаючи на достатньо велику кількість комп'ютерних програм з математики, ті з них, що в цілому адаптовані до курсу елементарної математики й дозволяють реалізувати навчання згідно розробленої схеми в повній мірі, займають невелику частку. Серед критеріїв вибору таких програм ми виділяємо передусім простоту в користуванні, відсутність потреби в спеціальній підготовці, зручний інтерфейс (наближений до загальновідомих програмних засобів), достатньо великий діапазон функцій, можливість швидкої, наочної й правильної геометричної інтерпретації, різні модифікації у способах задання досліджуваних об'єктів, не вимогливість до великих потужностей комп'ютерної техніки (великої швидкодії), контекстно-інформаційна допомога (при наявності в цьому потреби). З огляду на це, вважаємо, що такими програмними комплексами є „**GRAN**”, „**Advanced Grapher**”. Вони можуть бути використані під час вивчення (контролю сформованості знань і вмінь) таких навчальних модулів: **математичні моделі курсу елементарної математики; алгебричні рівняння та системи; алгебричні нерівності; векторний і координатний методи розв'язування планіметричних задач** (що передбачено в навчальній програмі).

З метою реалізації **принципу розвивальної наступності** необхідно дати відповідь на запитання про те, як можуть бути використані можливості ІКТ у процесі розв'язування майбутніми вчителями математики навчально-теоретичних задач (п'ятий етап наведеного вище способу дій студентів). Вважаємо, що в рамках визначеної в дослідженні концепції використання ІКТ доцільною є організація навчальної діяльності студентів у формі **створення (розробки) та презентації навчальних проектів, що за своїм змістом відносяться до дослідницько-пошукового типу**. Метод проектів доцільно використовувати на кінець першого року навчання в університеті, коли в студентів уже достатній рівень інформаційної культури, провідну роль у змісті лекційних і практичних занять починає відігравати не тільки

система навчальних, але й навчально-теоретичних задач (способи дій у процесі їх розв'язування).

Управління роботою студентів над навчальним проектом під час вивчення теми (модуля) курсу елементарної математики може здійснюватися за такою схемою:

- 1. Вибір теми проекту, визначення кількості його учасників.*
- 2. Організація навчального діалогу студентів з метою чіткої постановки навчально-теоретичної задачі-проблеми, що має розв'язуватися в рамках вибраної теми. Обґрунтування її значущості, місця і ролі в майбутній професійній діяльності.*
- 3. Колективне конструювання системи завдань, що мають розв'язуватися в рамках поставленої проблеми.*
- 4. Розподіл завдань, організація колективно розподіленої дослідницько-пошукової діяльності студентів (групової, парної, індивідуальної).*
- 5. Контроль та змістова оцінка попередньо одержаних даних, знайдених способів розв'язування.*
- 6. Захист проекту, його презентація та опонування. Змістова зовнішня оцінка проекту та формулювання висновків щодо його реалізації в майбутній професійній діяльності.*
- 7. Постановка дослідницької задачі-проблеми, що пов'язана з розробленим проектом і має розв'язуватися індивідуально в рамках іншої навчально-теоретичної задачі (задачі-проблеми для Малої академії наук).*

Третій і четвертий етапи в наведеній схемі здійснюються відповідно до структури теоретико-моделюючого методу навчально-наукового пізнання в процесі розв'язування навчально-теоретичних задач, який являє собою ієрархію загальнонаукових теоретичних методів дослідження: *історичний і логічний; аксіоматичний і системний; моделювання та сходження від абстрактного до конкретного*. Кожен із них реалізується за визначеною схемою (дослідницькою моделлю), яка містить систему завдань, що розв'язуються за колективно розподілених форм дослідницько-пошукової діяльності студентів.

I етап: 1) пошук необхідної інформації, що розкриває історичний розвиток (генезис) предмета вивчення, його місце і роль у курсі шкільної математики на різних етапах розвитку освітнього простору;

2) ретроспективний аналіз інформації, виділення генетично вихідних „клітинок” (теоретичних понять і відношень);

3) побудова блок-схеми, що репрезентує генезу предмета вивчення;

4) презентація першого етапу розв'язування навчально-теоретичної задачі;

5) контроль і змістова оцінка (самооцінка) засвоєння історичного та логічного методів пізнання.

II етап: 1) пошук інформації стосовно існуючих способів побудови математичної теорії;

2) структурно-математичний аналіз змісту навчального матеріалу;

3) створення понятійно-теоретичної схеми (ієрархії понять, відношень, властивостей, теоретичних фактів), що відображає *етапність* процесу навчального пізнання;

4) презентація другого етапу розв'язування навчально-теоретичної задачі;

5) контроль і змістова оцінка (самооцінка) засвоєння аксіоматичного та системного методів теоретичного дослідження.

III етап: 1) інтерпретація системи теоретичних понять, відношень та їх властивостей в рамках однієї з математичних теорій; побудова моделі математичної теорії (математичне моделювання, векторна або декартова реалізації); перевірка аксіоматичних теорій на сумісність, повноту і незалежність (застосування методу моделей);

2) побудова у вигляді блок-схеми навчально-теоретичної моделі предмета вивчення, що відображає загальну логіку розвитку теорії в курсі шкільної математики;

3) виділення методів та способів розв'язування основних типів задач, побудова їх навчальних моделей, реалізація навчальних моделей у процесі розв'язування базових задач (із можливою комп'ютерною підтримкою);

4) презентація третього етапу розв'язування навчально-теоретичної задачі (реалізації методу моделювання та сходження від загального до конкретного);

5) контроль і змістова оцінка (самооцінка) засвоєння методів моделювання та сходження від абстрактного до конкретного.

IV етап: 1) побудова узагальнюючої та систематизуючої блок-схеми способу розв'язання поставленої навчально-теоретичної задачі;

2) підготовка до презентації проекту;

3) контроль і змістова оцінка (самооцінка) засвоєння теоретико-моделюючого методу навчально-наукового пізнання;

4) постановка нової навчально-теоретичної або дослідницької задачі з математики для розв'язання в Малій академії наук.

З огляду на те, що **генетично вихідним теоретичним поняттям („клітинкою”)** курсу елементарної математики прийнято поняття **математичної моделі**, необхідно виділити систему дій, що виконуються в процесі побудови, дослідження та реалізації математичних моделей. Змістовий аналіз способів розв'язування прикладних і практичних задач дозволив виділити *узагальнену схему (навчальну модель) математичного моделювання як методу навчального пізнання*.

1. Постановка (формулювання) прикладної чи практичної задачі.
2. Змістовий аналіз умови задачі, виділення основних характеристик (параметрів) процесу, явища, практичної задачної ситуації.
3. Виділення всіх змінних величин, що характеризують об'єкт пізнання.
4. Знаходження всіх відношень, у яких перебувають змінні величини, встановлення їх властивостей (характеристик).
5. Інтерпретація виділених змінних величин та знайдених відношень засобами математики: введення змінних (невідомих), математичних операцій; визначення виду функції (функціоналів, операторів).
6. Конструювання в знаково-символьній формі математичних співвідношень. Встановлення ізоморфізму структур досліджуваного об'єкта та визначеного математичного апарату. Побудова математичної моделі.
7. Постановка та розв'язування математичної задачі. Знаходження розв'язку.
8. Інтерпретація одержаного розв'язку, тобто його формулювання на мові початкової (прикладної) задачі;
9. Визначення типів прикладних задач, розв'язування яких зводиться до побудови математичних моделей такого ж виду.
10. Самоаналіз, самооцінка й самоконтроль засвоєння методу математичного моделювання.

Загалом формалізовану структуру математичного моделювання як методу навчального пізнання можна подати у вигляді:

- 1) *постановка прикладної (практичної) задачі та її змістовий аналіз;*

- 2) **формалізація – формулювання задачі на мові математичних термінів та побудова математичної моделі;**
- 3) **розв’язання задачі всередині побудованої моделі (знаходження розв’язку математичної задачі);**
- 4) **інтерпретація одержаного результату, тобто формулювання розв’язку прикладної задачі на її мові.**

Зважаючи на визначені цілі розвивальної освіти вивчення теоретичного матеріалу лекційного курсу елементарної математики має здійснюватися за послідовної реалізації загальнонаукових теоретичних методів пізнання та мислення: **історичний і логічний, аксіоматичний і структурно-системний, моделювання та сходження від абстрактного до конкретного.** Зазначений спосіб навчально-наукового пізнання називатимемо **теоретико-моделюючим методом, що застосовується під час розв’язування навчально-теоретичних задач з методики навчання математики.** Він визначає (задає) узагальнений спосіб дій у процесі вивчення (навчально-наукового пізнання) всіх змістових ліній курсу математики середньої школи: **числа і дії над ними; вирази і їх перетворення; рівняння і нерівності; функції; геометричні фігури і їх властивості; геометричні побудови; геометричні перетворення; координати і вектори; геометричні величини, їх вимірювання та обчислення; елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики.**

МЕТА І ЗАВДАННЯ КУРСУ

Метою вивчення розробленого курсу елементарної математики є:

- 1) розвиток у майбутніх фахівців науково-теоретичного мислення;*
- 2) формування студентів як суб'єктів навчально-професійної діяльності;*
- 3) становлення студентів як суб'єктів життєдіяльності.*

Відповідно до мети ставляться завдання навчити майбутніх учителів математики:

- 1) математичному моделюванню як методу наукового та навчального пізнання в процесі розв'язування теоретичних (прикладних) і практичних задач;*
- 2) створювати навчальні моделі способів (методів) розв'язування основних типів задач курсу елементарної математики: розв'язувати навчальні задачі з метою оволодіння узагальненими способами дій у процесі навчального пізнання;*
- 3) методам математичного доведення та дослідження, їх навчальному моделюванню;*
- 4) будувати інтерпретації основних теоретичних понять, відношень і їх властивостей у рамках однієї математичної теорії (векторно-координатного числення);*
- 5) створювати власні системи задач з елементарної математики в рамках побудованих математичних та навчальних моделей;*
- 6) формулювати теми та складати плани-проспекти науково-дослідницьких робіт учнів з математики для Малої академії наук;*
- 7) оволодівати основними прийомами, способами та методами розв'язування олімпіадних задач з математики;*
- 8) ставити нові навчально-теоретичні задачі-проблеми вищого рівня теоретичного узагальнення, визначати шляхи та способи їх розв'язування;*
- 9) організовувати власну навчальну діяльність (процес учіння) згідно розвивально-задачного методу навчання математики;*

- 10) здійснювати рефлексію виконаної навчально-пізнавальної діяльності, процесу учіння (самоаналіз, самооцінка, самоконтроль).*

Навчання курсу елементарної математики в рамках концепції розвивальної освіти має сформулювати такі **вміння** студентів (способи дій):

- 1) будувати математичні моделі в процесі розв'язування теоретичних (прикладних) і практичних задач;*
- 2) створювати навчальні моделі прийомів, способів, методів розв'язування математичних задач, доведення та дослідження;*
- 3) розв'язувати всі види й типи задач курсу елементарної математики згідно побудованих навчальних моделей;*
- 4) складати прикладні, практичні, математичні задачі в рамках створених математичних та навчальних моделей;*
- 5) формулювати теми наукових робіт з математики для Малої академії наук, проектувати їх структуру;*
- 6) застосовувати методи математичного та навчального моделювання у процесі оволодіння прийомами, способами та методами розв'язування задач учнівських математичних олімпіад;*
- 7) ставити математичні задачі-проблеми вищого рівня теоретичного узагальнення (навчально-теоретичні), проектувати шляхи та способи їх розв'язання;*
- 8) застосовувати метод інтерпретацій (реалізацій, моделей) під час дослідження математичних теорій (перевірки на сумісність);*
- 9) поетапно організовувати процес учіння згідно структури розвивально-задачного методу навчання математики;*
- 10) здійснювати самоаналіз, самооцінку й самоконтроль процесу учіння.*

ЗМІСТ МОДУЛІВ. РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНИХ ГОДИН

Модулі	Теми (змістові модулі)		Кількість годин			
			Всього	Лекційних	Практичних	Самостійна робота
І. Математика як спосіб наукового та навчального пізнання	1	Математика як наука та навчальна дисципліна	16	2	6	8
	2	Системи числення шкільного курсу математики	20	2	8	10
			36	4	14	18
Модульна контрольна робота № 1						
ІІ. Метод математичного моделювання	3	Математичне моделювання як метод наукового дослідження	14	2	4	8
	4	Математичне моделювання як метод навчального пізнання	22	2	10	10
			36	4	14	18
Модульна контрольна робота № 2						
ІІІ. Математичні моделі курсу елементарної математики	5	Побудова та реалізація математичних моделей: алгебричні рівняння, нерівності та їх системи	16	2	8	6
	6	Трансцендентні функції та вирази як математичні моделі	20	2	10	8
			36	4	18	14
Модульна контрольна робота № 3						

IV. Теоретичні основи шкільного курсу математики	7	Алгебричні структури та математика змінних величин	20	2	10	8
	8	Математична структура геометрії та розвиток геометричних змістових ліній	16	4	6	6
			36	6	16	14
Модульна контрольна робота № 4						
V. Алгебричні рівняння та системи	9	Рациональні рівняння та системи рівнянь	18	1	10	7
	10	Ірраціональні рівняння та системи рівнянь	18	1	10	7
			36	2	20	14
Модульна контрольна робота № 5						
VI. Алгебричні нерівності	11	Рациональні нерівності. Системи і сукупності раціональних нерівностей	20	1	12	7
	12	Ірраціональні нерівності	16	1	10	5
			36	2	22	12
Модульна контрольна робота № 6						
VII. Методи і способи розв'язування планіметричних задач на обчислення	13	Загально-логічні методи розв'язування планіметричних задач на обчислення	12	2	6	4
	14	Спеціальні методи та способи розв'язування планіметричних задач на обчислення	24	4	12	8
			36	6	18	12
Модульна контрольна робота № 7						
VIII. Методи і способи розв'язування планіметричних задач на доведення	15	Загально-логічні методи доведення	12	1	6	5
	16	Спеціальні методи та способи розв'язування планіметричних задач на доведення	24	3	12	9

			36	4	18	14
Модульна контрольна робота № 8						
ІХ. Конструктивна планіметрія	17	Математична структура та побудова теорії конструктивної планіметрії	12	2	6	4
	18	Методи розв'язування планіметричних задач на побудову	24	4	12	8
			36	6	18	12
Модульна контрольна робота № 9						
Х. Векторний і координатний методи розв'язування планіметричних задач	19	Вектори на площині. Метод векторів	22	4	10	8
	20	Введення координат на площині. Метод координат	14	2	6	6
			36	6	16	14
Модульна контрольна робота № 10						
ХІ. Задачі математичних конкурсів школярів	21	Олімпіадні задачі: прийоми, способи та методи розв'язування	22	2	12	8
	22	Навчально-дослідницькі задачі Малої академії наук	14	2	6	6
			36	4	18	14
Модульна контрольна робота № 11						

ЗМІСТ ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯНЬ

Тема в програмі навчальної дисципліни (кількість годин: лекційних/практичних)	План лекції	Тема і план практичного заняття	Літера тура в списку
Модуль I. Математика як спосіб наукового та навчального пізнання			
1. Математика як наука та навчальна дисципліна (2/6).	1. Предмет математики та специфіка математичного пізнання. 2. Формування початкових математичних уявлень і знань. Розвиток числових систем як потреба практики. Виникнення математичних теорій. 3. Аксиоматичний і конструктивний методи побудови математичних теорій. Поняття математичної структури. 4. Цілі, завдання та змістові лінії шкільного курсу математики.	1. Математичні теорії. 1.1. Аксиоматична теорія натуральних чисел Пеано. 1.2. Кількісна теорія натуральних чисел Кантора: реалізація конструктивного методу в математиці. 1.3. Аксиоматичний метод побудови геометрії. 1.4. Змістові лінії шкільного курсу математики в контексті реалізації аксіоматичного та конструктивного методів побудови математичних теорій.	1, 3, 4, 5, 8, 9, 15, 17, 20, 21, 23, 30, 35, 43, 45, 52, 59, 67, 70.
2. Системи числення шкільного курсу математики (2/8).	1. Побудова числових систем на теоретико-множинній основі. 2. Величини. Основні відношення між величинами та їх власти-	1. Числові множини. 1.1. Позиційні системи числення з різними основами. 1.2. Невід'ємні цілі числа, арифметичні дії	5, 6, 8, 9, 13, 20,

	<p>вості.</p> <p>3.Число як відношення величин. Побудова числових систем як результат конкретизації загального відношення величин у системі розвивального навчання.</p> <p>4.Позиційні та непозиційні системи числення.</p>	<p>та їх властивості. Подільність натуральних чисел. НСД і НСК. Прості та складені числа. Основна теорема арифметики.</p> <p>1.3.Рациональні числа, арифметичні дії та їх властивості.</p> <p>1.4.Дійсні числа та дії над ними.</p> <p>1.5.Основні типи задач шкільного курсу математики, які розв'язуються в числових множинах: N, Z, Q, I, R. Складання задач, що розв'язуються в різних числових множинах.</p> <p>1.6.Самостійна робота.</p>	<p>21,</p> <p>23,</p> <p>24,</p> <p>25,</p> <p>27,</p> <p>38,</p> <p>40,</p> <p>42,</p> <p>45,</p> <p>51,</p> <p>52,</p> <p>53,</p> <p>67,</p> <p>70.</p>
Модуль II. Метод математичного моделювання			
3. Математичне моделювання як метод наукового дослідження (2/4).	<p>1.Математичне моделювання як основний вид діяльності математиків.</p> <p>2.Ізоморфізм множин. Поняття математичної моделі та його властивості.</p> <p>3.Види математичних моделей: математичні моделі прикладних задач, абстрактних теорій і об'єктів.</p> <p>4.Перевірка сумісності математичних теорій</p>	<p>1. Метод моделей (реалізацій) у математиці: векторно-координатна (декартова) інтерпретація.</p> <p>1.1. Числа та дії над ними.</p> <p>1.2. Функції.</p> <p>1.3. Рівняння і нерівності.</p> <p>1.4. Геометричні фігури.</p> <p>1.5. Геометричні перетворення.</p> <p>1.6. Геометричні вели-</p>	<p>1,</p> <p>3,</p> <p>5,</p> <p>9,</p> <p>14,</p> <p>17,</p> <p>20,</p> <p>21,</p> <p>23,</p> <p>30,</p> <p>32,</p> <p>33,</p> <p>42,</p> <p>45,</p> <p>51,</p>

	методом інтерпретацій (моделей).	чини. 1.7. Аксиоматика шкільного курсу планіметрії: групи належності, міри для відрізків, паралельних.	59, 67, 70, 74, 75, 76.
4. Математичне моделювання як метод навчального пізнання (2/10).	<p>1. Проблема прикладної направленості шкільного курсу математики.</p> <p>2. Поняття прикладної і практичної задач.</p> <p>3. Розвивально-задачний метод навчання математики: реалізація методів математичного та навчального моделювання.</p> <p>4. Навчальна модель методу математичного моделювання.</p>	<p>1. Основні типи задач елементарної математики, що розв'язуються методом математичного моделювання.</p> <p>1.1. Задачі на числові залежності.</p> <p>1.2. Задачі на рух.</p> <p>1.3. Задачі на сплави та суміші (проценти та концентрацію).</p> <p>1.4. Задачі на спільну роботу.</p> <p>1.5. Задачі, що розв'язуються в цілих числах.</p> <p>1.6. Задачі на знаходження екстремальних значень і дослідження функцій.</p> <p>1.7. Задачі на прогресії.</p> <p>1.8. Задачі, що приводять до розв'язування різних видів рівнянь, нерівностей і їх систем.</p> <p>1.9. Самостійна робота.</p>	<p>14, 21, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 35, 38, 40, 41, 53, 54, 64, 67, 69, 70, 74, 75, 76, 79.</p>

Модуль III. Математичні моделі курсу елементарної математики			
5. Побудова та реалізація математичних моделей: алгебричні рівняння, нерівності та їх системи (2/8).	1. Раціональні рівняння та нерівності – математичні моделі процесів і явищ. 2. Прикладні задачі, що зводяться до систем раціональних рівнянь і нерівностей. 3. Ірраціональні рівняння та нерівності як математичні інтерпретації задачних ситуацій. 4. Задачі на дослідження, що зводяться до розв’язування алгебричних рівнянь і нерівностей з параметрами.	1. Вивчення математичних моделей. 1.1. Розклад многочленів на множники. 1.2. Тотожні перетворення раціональних виразів. 1.3. Тотожні перетворення ірраціональних виразів. 1.4. Розв’язування прикладних задач, що зводяться до дослідження алгебричних функцій за допомогою ППЗ „GRAN”. 1.5. Самостійна робота.	14, 16, 17, 24, 26, 27, 28, 31, 37, 40, 41, 42, 49, 58, 60, 61, 62, 63, 70, 75, 78.
6. Трансцендентні функції та вирази як математичні моделі (2/10).	1. Прикладні та практичні задачі, що інтерпретуються показниковою та логарифмічною функціями (виразами, рівняннями, нерівностями, системами). 2. Реалізація навчальної схеми: прикладна (практична) задача – планіметрична задача – тригонометрична, обернена тригонометрична функції. 3. Показникові та ло-	1. Вивчення математичних моделей. 1.1. Показникова функція, її властивості і графік. Тотожні перетворення показникових виразів. 1.2. Логарифмічна функція, її властивості і графік. Тотожні перетворення логарифмічних виразів. 1.3. Тригонометричні функції, їх властивості і графіки. Основні тригонометричні тотожності.	5, 7, 12, 13, 14, 16, 18, 20, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 37, 40,

	<p>гарифмічні рівняння і нерівності з параметрами як математичні моделі прикладних задач на дослідження.</p> <p>4. Розв'язування тригонометричних рівнянь і нерівностей з параметрами – потреба практики.</p>	<p>Тотожні перетворення тригонометричних виразів.</p> <p>1.4. Обернені тригонометричні функції, їх властивості і графіки. Доведення тотожностей для обернених тригонометричних виразів.</p> <p>1.5. Розв'язування прикладних задач, що зводяться до дослідження трансцендентних функцій за допомогою ППЗ „GRAN”.</p> <p>1.6. Самостійна робота.</p>	<p>41, 42, 46, 52, 53, 54, 55, 58, 60, 61, 63, 67, 70, 75, 78.</p>
--	---	---	--

Модуль IV. Теоретичні основи шкільного курсу математики

<p>7. Алгебричні структури та математика змінних величин (2/10).</p>	<p>1. Структура числових системи шкільного курсу математики: напівгрупа натуральних чисел, кільце цілих чисел, поле раціональних чисел, поле дійсних чисел.</p> <p>2. Основні формули скороченого множення: біном Ньютона, різниця n-тих степенів, сума непарних n-тих степенів. Їх вивчення в шкільному курсі математики для $n=2,3$.</p> <p>3. Ретроспективний аналіз поняття „фу-</p>	<p>1. Методи доведення нерівностей.</p> <p>1.1. Доведення нерівностей за означенням.</p> <p>1.2. Аналіз Евкліда. Синтетичний метод доведення нерівностей.</p> <p>1.3. Доведення нерівностей методом від супротивного.</p> <p>1.4. Доведення нерівностей методом математичної індукції.</p> <p>1.5. Доведення тригонометричних нерівностей.</p>	<p>3, 5, 9, 15, 20, 21, 22, 24, 26, 27, 30, 33, 34, 38, 40, 42, 44, 52, 53,</p>
--	---	--	---

	нкція”. Способи задання функцій. Основні види функцій шкільного курсу математики та їх характеристичні властивості. Загальна схема дослідження функцій.	1.6. Самостійна робота.	57, 67, 68, 70.
8. Математична структура геометрії та розвиток геометричних змістових ліній (4/6).	<ol style="list-style-type: none"> 1. Основні поняття, відношення та аксіоми (основні властивості) шкільного курсу геометрії. 2. Геометричні побудови. Поняття геометричного місця точок (ГМТ). Знаходження ГМТ: розв’язування двох взаємно обернених задач. 3. Геометричні перетворення: рухи та подібність. Перетворення подібності як добуток гомотетії та руху. Метрична геометрія та її група. 4. Реалізація головної ідеї аналітичної геометрії в шкільному курсі математики. Координати та вектори на площині. 5. Аксиоматичний метод побудови теорії геометричних величин: довжина, гра- 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Побудова графіків функцій методами геометричних перетворень. 1.1. Побудова графіка функції $y = f(x + a)$. 1.2. Побудова графіка функції $y = f(x) + b$. 1.3. Побудова графіка функції $y = f(x + a) + b$. 1.4. Побудова графіка функції $y = cf(x)$. 1.5. Побудова графіка функції $y = f(kx)$. 1.6. Побудова графіка функції $y = cf(kx + a) + b$. 1.7. Побудова графіка функції $y = f(x)$. 1.8. Побудова графіка функції $y = f(x)$. 1.9. Побудова графіка функції $y = f(x)$. 1.10. Самостійна робота. Контроль та змістова оцінка сформованості умінь за допомогою ППЗ „GRAN”. 	1, 3, 5, 7, 9, 20, 21, 23, 27, 28, 30, 34, 42, 50, 51, 53, 67, 69, 70, 71.

	дусна міра, площа, об'єм.		
Модуль V. Алгебричні рівняння та системи			
9. Раціональні рівняння та системи рівнянь (1/10).	<p>1. Теорема Безу та наслідок із неї. Необхідна умова існування цілого кореня многочлена.</p> <p>2. Системи лінійних рівнянь. Метод Гаусса. Однорідні та симетричні системи. Методи розв'язування систем рівнянь: алгебричного додавання, підстановки, заміни змінних.</p>	<p>1. Раціональні рівняння.</p> <p>1.1. Методи розв'язування раціональних рівнянь: розкладання на множники (застосування теореми Безу) та заміни.</p> <p>1.2. Способи розв'язування рівнянь вищих степенів, що зводяться до квадратних.</p> <p>1.3. Модуль дійсного числа та його властивості. Способи розв'язування раціональних рівнянь, що містять невідому під знаком модуля.</p> <p>1.4. Прийоми та способи розв'язування раціональних рівнянь з параметрами (з використанням ППЗ „GRAN”).</p> <p>1.5. Самостійна робота.</p> <p>2. Системи раціональних рівнянь.</p> <p>2.1. Методи розв'язування систем лінійних рівнянь.</p> <p>2.2. Однорідні та си-</p>	<p>5, 13, 16, 20, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 33, 38, 40, 52, 53, 56, 58, 61, 67.</p>

		<p>метричні системи та способи їх розв'язування.</p> <p>2.3. Розв'язування систем раціональних рівнянь методом алгебричного додавання, підстановки та заміни.</p> <p>2.4. Аналітичний та графічний методи розв'язування систем раціональних рівнянь з параметрами (з використанням ППЗ „GRAN”).</p> <p>2.5. Самостійна робота.</p>	
10. Ірраціональні рівняння та системи рівнянь (1/10).	<p>1. Теорема про рівносильні рівняння.</p> <p>2. Методи розв'язування ірраціональних рівнянь.</p>	<p>1. Методи розв'язування ірраціональних рівнянь.</p> <p>1.1. Метод піднесення обох частин рівняння до одного й того ж степеня (з перевіркою).</p> <p>1.2. Метод рівносильних перетворень.</p> <p>1.3. Метод Ферма (заміни).</p> <p>1.4. Штучні прийоми розв'язування: векторний, оцінки, множення на спряжений вираз.</p> <p>1.5. Прийоми, способи і методи розв'язування ірраціональних рівнянь з</p>	<p>5, 13, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 38, 40, 42, 46, 49, 53, 56, 58, 61,</p>

		параметрами (з використанням ППЗ „GRAN”). 1.6. Самостійна робота. 2. Методи розв’язування систем ірраціональних рівнянь. 2.1. Метод заміни. 2.2. Метод рівносильних перетворень. 2.3. Штучні прийоми розв’язування: векторний, оцінки. 2.4. Самостійна робота	67, 79.
Модуль VI. Алгебричні нерівності			
11. Раціональні нерівності. Системи і сукупності раціональних нерівностей (1/12).	1. Властивості неперервних функцій. Метод інтервалів. 2. Нерівності, що містять змінну під знаком модуля.	1. Методи та способи розв’язування раціональних нерівностей, їх систем і сукупностей. 1.1. Графічний метод розв’язування квадратних нерівностей. 1.2. Метод інтервалів. 1.3. Метод заміни. 1.4. Способи розв’язування нерівностей, що містять змінну під знаком модуля. 1.5. Розв’язування систем і сукупностей раціональних нерівностей. Задачі на знаходження області визначення функції. 1.6. Аналітичний та	8, 13, 16, 18, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 38, 40, 42, 44, 45, 53, 56, 58, 61,

		графічний методи розв'язування раціональних нерівностей з параметрами (з використанням ППЗ „GRAN”). 1.7. Самостійна робота.	67, 68, 69.
12. Ірраціональні нерівності (1/10).	1. Теореми про рівносильні нерівності. 2. Методи розв'язування ірраціональних нерівностей.	1. Методи розв'язування ірраціональних нерівностей. 1.1. Метод інтервалів. 1.2. Аналітичний метод (рівносильних перетворень). 1.3. Штучні способи розв'язування ірраціональних нерівностей: векторний, оцінки, за властивостями функцій. 1.4. Аналітичний та графічний методи розв'язування ірраціональних нерівностей з параметрами (з використанням ППЗ „GRAN”). 1.5. Самостійна робота. Презентація навчального проекту: „Алгебричні рівняння, нерівності та системи: прийоми, способи та методи розв'язування”.	5, 8, 13, 16, 18, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 38, 40, 52, 53, 56, 58, 61, 67, 69.

Модуль VII. Методи і способи розв’язування планіметричних задач на обчислення			
13. Загально-логічні методи розв’язування планіметричних задач на обчислення (2/6).	1. Аналітичний метод 2. Синтетичний метод. 3. Аналітико-синтетичний метод.	1. Розв’язування планіметричних задач на обчислення загально-логічними методами. 1.1. Трикутники. Розв’язування трикутників. Рівні та подібні трикутники. 1.2. Площі трикутників і багатокутників. 1.3. Правильні багатокутники. Коло, круг. 1.4. Комбінації планіметричних фігур. 1.4. Самостійна робота.	8, 13, 20, 21, 25, 26, 27, 28, 29, 38, 39, 44, 45, 46, 50, 53, 54, 55, 62, 65, 66, 67.
14. Спеціальні методи та способи розв’язування планіметричних задач на обчислення (4/12).	1. Метод площ. 2. Алгебричний метод (рівнянь). 3. Спосіб введення допоміжного елемента. 4. Спосіб заміни заданої фігури іншою. 5. Спосіб використання спільного елемента фігур.	1. Планіметричні задачі на обчислення: спеціальні методи та способи розв’язування. 1.1. Трикутники. Площі трикутників. 1.2. Рівні та подібні трикутники. 1.3. Чотирикутники. 1.4. Многокутники. Площі многокутників. 1.5. Правильні многокутники. Коло і круг (кругові сектор і се-	2, 5, 8, 13, 25, 26, 27, 28, 29, 38, 39, 46, 50, 53, 54,

		гмент). 1.6. Комбінації планіметричних фігур. 1.7. Самостійна робота.	55, 61, 62, 66, 71, 72, 73.
Модуль VIII. Методи і способи розв'язування планіметричних задач на доведення			
15. Загальнологічні методи доведення (1/6).	1. Аналітичний, синтетичний, аналітико-синтетичний методи доведення. Метод доведення від супротивного.	1. Розв'язування планіметричних задач на доведення загальнологічними методами. 1.1. Взаємне розташування прямих на площині. 1.2. Трикутники. Розв'язування трикутників. Рівність та подібність трикутників. 1.3. Чотирикутники. Вписані й описані многокутники. 1.4. Комбінації планіметричних фігур. 1.5. Самостійна робота.	5, 8, 13, 21, 26, 27, 28, 29, 38, 39, 44, 45, 50, 53, 54, 55, 62, 69, 72, 73.
16. Спеціальні методи та способи розв'язування планіметричних задач на доведення (3/12).	1. Метод математичної індукції. 2. Методи геометричних перетворень. 3. Методи площ і алгебричний (рівнянь). 4. Способи введення допоміжного елемента, заміни заданої фігури іншою фігурою,	1. Планіметричні задачі на доведення: спеціальні методи та способи розв'язування. 1.1. Трикутники. 1.2. Чотирикутники. 1.3. Многокутники. Площі многокутників. 1.4. Коло і круг. Комбі-	2, 5, 13, 20, 25, 26, 27, 28, 29, 38,

	використання спільного елемента.	нації геометричних фігур. 1.5. Задачі на доведення властивостей геометричних перетворень площини. 1.6. Самостійна робота.	39, 53, 54, 55, 61, 62, 73.
Модуль IX. Конструктивна планіметрія			
17. Математична структура та побудова теорії конструктивної планіметрії (2/6).	1. Інструментарій, основні фігури, відношення та постулати (аксіоми) конструктивної планіметрії. 2. Постановка задачі на побудову циркулем і лінійкою. Дії над відрізками. 3. Основні побудови. Загальна схема розв'язування задач на побудову.	1. Розв'язування задач на побудову за загальною схемою. 1.1. Задачі на побудову прямих. 1.2. Задачі на побудову кіл. 1.3. Задачі на побудову трикутників. 1.4. Задачі на побудову чотирикутників. 1.5. Самостійна робота.	2, 3, 5, 8, 10, 21, 25, 27, 29, 37, 39, 44, 45, 50, 51, 54, 55, 57, 62.
18. Методи розв'язування планіметричних задач на побудову (4/12).	1. Геометричні місця точок (ГМТ) площини. Метод ГМТ (перетинів). 2. Методи рухів. 3. Метод подібності. 4. Алгебричний метод.	1. Методи геометричних побудов на площині. 1.1. Знаходження ГМТ площини. Метод ГМТ. 1.2. Метод центральної симетрії. 1.3. Метод осьової симетрії. 1.4. Метод паралельного перенесення.	2, 3, 7, 10, 13, 25, 26, 27, 28, 29, 38,

		1.5. Метод повороту. 1.6. Метод подібності. 1.7. Алгебричний метод. 1.8. Самостійна робота.	39, 46, 50, 51, 53, 54, 55, 61, 62.
Модуль Х. Векторний і координатний методи розв'язування планіметричних задач			
19. Вектори на площині. Метод векторів (6/10).	1. Поняття „вектор”, „співнапрямлені”, „протилежно напрямлені” вектори. Рівні вектори. Геометричний критерій рівності векторів. 2. Координати вектора. Координатний критерій рівності векторів. 3. Додавання та віднімання векторів. 4. Множення вектора на число. Колінеарні вектори. Критерій колінеарності векторів. 5. Розклад вектора за двома неколінеарними векторами (координатними ортами). 6. Скалярний добуток двох векторів. Теорема про скалярний добуток двох векторів. Критерій перпендикулярності векторів. 7. Метод векторів: навчальна модель.	1. Векторний метод розв'язування задач планіметрії. 1.1. Задачі на знаходження довжини відрізка. 1.2. Задачі на обчислення градусної міри кута. 1.3. Задачі на знаходження відношення, у якому точка ділить відрізок (простого відношення трьох точок). 1.4. Задачі на доведення колінеарності трьох точок, перетину трьох прямих в одній точці. 1.5. Задачі на доведення паралельності та перпендикулярності прямих. 1.6. Планіметричні задачі на екстремум. 1.7. Самостійна робота.	2, 3, 13, 20, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 38, 39, 46, 50, 51, 53, 55, 61, 62, 71.

20. Введення координат на площині. Метод координат (2/6).	1. Прямокутна декартова система координат. 2. Відстань між двома точками, поділ відрізка у заданому відношенні. 3. Рівняння кривої. Рівняння прямої і кола. 4. Метод координат: навчальна модель.	1. Координатний метод розв'язування планіметричних задач. 1.1. Задачі на відшукування GMT. Розв'язування задач за допомогою ППЗ „GRAN”. 1.2. Задачі на встановлення залежностей між елементами геометричних фігур. 1.3. Самостійна робота. Презентація навчального проекту: „Координати та вектори на площині. Координатний і векторний методи розв'язування планіметричних задач”.	2, 3, 13, 21, 22, 25, 26, 27, 28, 29, 38, 39, 46, 50, 51, 53, 54, 55, 56, 61, 71.
Модуль XI. Задачі математичних конкурсів школярів			
21. Олімпіадні задачі: прийоми, способи та методи розв'язування (2/12).	1. Рівняння, нерівності, системи. 2. Планіметричні задачі. Методи афінної та проєктивної геометрії.	1. Прийоми, способи та методи розв'язування задач математичних олімпіад. 1.1. Розв'язування рівнянь, нерівностей і систем. Метод оцінок (метод векторів). 1.2. Доведення нерівностей. 1.3. Задачі з цілою та дробовою частинами числа. 1.4. Діофантові рівняння. 1.5. Функціональні рівняння та методи їх	11, 12, 20, 24, 47, 48, 57, 61, 62, 64, 67, 77, 80.

		<p>розв'язування.</p> <p>1.6. Геометричні нерівності та екстремуми.</p> <p>1.7. Планіметричні задачі на обчислення і доведення.</p> <p>1.8. Задачі на покриття, розрізання, розфарбування фігур.</p> <p>1.9. Розв'язування задач 2-3 туру математичних олімпіад.</p> <p>1.10. Самостійна робота.</p>	
<p>22. Навчально-дослідницькі задачі Малої академії наук (2/6).</p>	<p>1. Структура та зміст навчально-дослідницької роботи Малої академії наук (МАН).</p> <p>2. Змістовий аналіз кращих робіт МАН секцій „математика”, „прикладна математика”.</p>	<p>1. Прийоми та способи розв'язування дослідницьких задач МАН.</p> <p>1.1. Способи обчислення числа „π”.</p> <p>1.2. Число „e” як результат серії стохастичних експериментів.</p> <p>1.3. Аналітичний підхід до вивчення проєктивних перетворень площини.</p> <p>1.4. Ізопериметрична задача.</p> <p>1.5. Тригонометричні функції як розв'язки системи функціональних рівнянь.</p> <p>1.6. Математичні закономірності в мистецтві.</p> <p>1.7. Гіперболічний параболоїд і проблема інтерпретацій геометрії Лобачевського.</p>	<p>1, 3, 9, 17, 18, 23, 30, 33, 44, 45, 51, 65.</p>

САМОСТІЙНА РОБОТА СТУДЕНТІВ

Тема в програмі навчальної дисципліни	Зміст роботи	Кількість годин	Література
1. Математика як наука та навчальна дисципліна.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.Аксіоматичний і конструктивний методи побудови математичних теорій. Поняття математичної структури. 2.Цілі, завдання та змістові лінії шкільного курсу математики. 3.Аксіоматична теорія натуральних чисел Пеано. 4.Кількісна теорія натуральних чисел Кантора: реалізація конструктивного методу в математиці. 5.Аксіоматичний метод побудови геометрії. 6.Змістові лінії шкільного курсу математики в контексті реалізації аксіоматичного та конструктивного методів побудови математичних теорій. <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: математика, аксіома, арифметика, алгебра, геометрія, теорема, відношення, теорія, система числення, метод.</p> <p>III. Теми для рефератів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. „Начала” Евкліда. 2. Піфагор і його школа. 3. Фалес і перші математичні доведення. 4. Життя і науково-пізнавальна діяльність Архімеда. 5. „Арифметика” Діофанта. 	8	1, 3, 4, 5, 8, 9, 15, 17, 21, 23, 30, 35, 43, 45, 52, 59, 70.

	<p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		
2. Системи числення шкільного курсу математики.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Побудова числових систем на теоретико-множинній основі.</p> <p>2. Величини. Основні відношення між величинами та їх властивості.</p> <p>3. Позиційні системи числення з різними основами. Непозиційні системи числення.</p> <p>4. Невід'ємні цілі числа, арифметичні дії та їх властивості. Подільність натуральних чисел. НСД і НСК. Прості та складені числа. Основна теорема арифметики.</p> <p>5. Раціональні числа, арифметичні дії та їх властивості.</p> <p>6. Дійсні числа та дії над ними.</p> <p>7. Основні типи задач шкільного курсу математики, які розв'язуються в числових множинах: N, Z, Q, I, R. Складання задач, що розв'язуються в різних числових множинах.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження:</p> <p>1) натуральне число, ціле число, раціональне число, ірраціональне число, дійсне число, комплексне число, алгебричне число, трансцендентне число;</p> <p>2) дільник і кратне натурального чи-</p>	10	5, 6, 8, 9, 13, 21, 23, 24, 25, 27, 38, 40, 42, 45, 51, 53, 67, 70.

	<p>сла, просте і складене число, числа-близнята, досконалі числа, дружні числа, фігурні числа, числа Фібоначчі.</p> <p>III. Теми для рефератів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Старовинні системи запису чисел. 2. Математика в Древньому Єгипті. 3. „Останній штурм” великої теореми Ферма. Доведення теореми для $n = 3, 4$ методом „нескінченного спуску”. 4. Двадцять три проблеми Гільберта. 5. Микола Іванович Лобачевський і його геометрія. <p>IV.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову). 2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань. 3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності. 		
3. Математичне моделювання як метод наукового дослідження.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.Ізоморфізм множин. Поняття математичної моделі та його властивості. 2.Види математичних моделей: математичні моделі прикладних задач, абстрактних теорій і об’єктів. 3.Метод моделей (реалізацій) у математиці: векторно-координатна (декартова) інтерпретація. 3.1. Числа і дії над ними. 3.2. Функції. 3.3. Рівняння і нерівності. 3.4. Геометричні фігури. 3.5. Геометричні перетворення. 	8	1, 3, 5, 9, 14, 17, 21, 23, 30, 32, 33, 42, 45, 51, 59, 67, 70, 74, 75, 76.

	<p>3.6. Геометричні величини.</p> <p>3.7. Аксиоматика шкільного курсу планіметрії: групи належності, міри для відрізків, паралельних.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: інтерпретація, система аксіом (її сумісність, незалежність, повнота), перетворення фігур, група перетворень, інцидентність, інтерполяція, екстраполяція.</p> <p>III. Теми для рефератів:</p> <p>1. Декартова реалізація (модель) евклідової геометрії.</p> <p>2. Семіотичний компонент шкільної математичної освіти.</p> <p>3. Прикладна математика: становлення, розвиток, методи дослідження.</p> <p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		
4. Математичне моделювання як метод навчального пізнання.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Поняття прикладної і практичної задач.</p> <p>2. Навчальна модель методу математичного моделювання.</p> <p>3. Основні типи задач елементарної математики, що розв'язуються методом математичного моделювання.</p> <p>3.1. Задачі на числові залежності.</p>	10	14, 21, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 35, 38, 40, 41, 53, 54, 64, 67, 69, 70, 74, 75, 76,

	<p>3.2. Задачі на рух.</p> <p>3.3. Задачі на сплави та суміші (проценти та концентрацію).</p> <p>3.4. Задачі на спільну роботу.</p> <p>3.5. Задачі, що розв'язуються в цілих числах.</p> <p>3.6. Задачі на знаходження екстремальних значень і дослідження функцій.</p> <p>3.7. Задачі на прогресії.</p> <p>3.8. Задачі, що приводять до розв'язування різних видів рівнянь, нерівностей і їх систем.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: невизначене (діофантове) рівняння, еквівалентність (рефлексивність, симетричність, транзитивність), оптимізація, екстремум, прогресія (арифметична, геометрична).</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. По сторінках шкільних навчальних видань з математики: прикладні задачі. 2. Складання прикладних задач, що зводяться до побудови алгебричних інтерпретацій. 3. Складання прикладних задач, що зводяться до побудови геометричних інтерпретацій. 4. Імовірнісні математичні моделі: задача про зустріч (геометрична інтерпретація ймовірності). <p>IV.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову). 2. Оцінити рівні сформованості на- 		79.
--	--	--	-----

	вчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань. 3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності.		
5. Побудова та реалізація математичних моделей: алгебричні рівняння, нерівності та їх системи.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Раціональні рівняння та нерівності – математичні моделі процесів і явищ. 2. Ірраціональні рівняння та нерівності як математичні інтерпретації задачних ситуацій. 3. Вивчення математичних моделей. <p>3.1. Розклад многочленів на множники.</p> <p>3.2. Тотожні перетворення раціональних виразів.</p> <p>3.3. Тотожні перетворення ірраціональних виразів.</p> <p>3.4. Розв’язування прикладних задач, що зводяться до дослідження алгебричних функцій за допомогою ППЗ „GRAN”.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: раціональний, ірраціональний, алгебричний вираз (функція); одночлен, многочлен; тотожність; звідний (незвідний) на множині многочлен; кратні множники.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Задачі лінійного програмування (геометрична інтерпретація). 2. Невизначені рівняння: походження, прийоми, способи та методи розв’язування. 3. Складання прикладних задач, що 	6	14, 16, 17, 24, 26, 27, 28, 31, 37, 40, 41, 42, 49, 58, 60, 61, 62, 63, 70, 75, 78.

	<p>зводяться до розв'язування алгебричних рівнянь, нерівностей і систем.</p> <p>IV.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову). 2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань. 3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності. 		
6. Трансцендентні функції та вирази як математичні моделі.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Вивчення математичних моделей. <ol style="list-style-type: none"> 1.1. Показникова функція, її властивості і графік. Тотожні перетворення показникових виразів. 1.2. Логарифмічна функція, її властивості і графік. Тотожні перетворення логарифмічних виразів. 1.3. Тригонометричні функції, їх властивості і графіки. Основні тригонометричні тотожності. Тотожні перетворення тригонометричних виразів. 1.4. Обернені тригонометричні функції, їх властивості і графіки. Доведення тотожностей для обернених тригонометричних виразів. 1.5. Розв'язування прикладних задач, що зводяться до дослідження трансцендентних функцій за допомогою ППЗ „GRAN”. <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: степінь числа (точки відносно кола), експонента, логарифм, синус, косинус, тангенс, котангенс, секанс, косеканс,</p>	8	5, 7, 12, 13, 14, 16, 18, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 37, 40, 41, 42, 46, 53, 54, 55, 58, 60, 61, 63, 67, 70, 75, 78.

	<p>арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Функціональні залежності в шкільних курсах фізики, хімії та біології. 2. Складання прикладних задач, що інтерпретуються трансцендентними функціями. 3. Складання задач, що розв'язуються за схемою: прикладна задача – планіметрична задача – тригонометричні функції (рівняння, нерівності, системи). 4. Реферат на тему: „Становлення та розвиток плоскої тригонометрії”. <p>IV.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову). 2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань. 3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності. 		
7. Алгебричні структури та математика змінних величин.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Основні формули скороченого множення: біном Ньютона, різниця n-тих степенів, сума непарних n-тих степенів. Їх вивчення в шкільному курсі математики для $n=2,3$. 1. Методи доведення нерівностей. <ol style="list-style-type: none"> 1.1. Доведення нерівностей за означенням. 1.2. Аналіз Евкліда. Синтетичний метод доведення нерівностей. 	8	3, 5, 9, 15, 21, 22, 24, 26, 27, 30, 33, 34, 38, 40, 42, 44, 53, 57, 68, 70.

	<p>1.3. Доведення нерівностей методом від супротивного.</p> <p>1.4. Доведення нерівностей методом математичної індукції.</p> <p>1.5. Доведення тригонометричних нерівностей.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: біном, біноміальний ряд, радикал, трикутник Паскаля, аналіз, синтез, індукція, дедукція, середнє геометричне, середнє арифметичне, середнє гармонічне, середнє квадратичне.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Перетворення паралельного перенесення: групові властивості. 2. Реферат на тему: „Становлення та розвиток математики змінних величин”. 3. Реферат на тему: „Архітектура математики за Бурбаккі”. 4. Перевірити, чи утворює множина чисел виду $a + b\sqrt{2}$ кільце при $a, b \in \mathbb{Z}$ і поле при $a, b \in \mathbb{Q}$. <p>IV.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову). 2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань. 3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності. 		
8. Математична структура геометрії та розвиток геометричних	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Основні поняття, відношення та аксіоми (основні властивості) шкільного курсу геометрії. 	6	1, 3, 5, 7, 9, 21, 23, 27, 28, 30, 34,

<p>змістових ліній.</p>	<p>2. Геометричні перетворення: рухи та подібність. Перетворення подібності як добуток гомотетії та руху. Метрична геометрія та її група.</p> <p>3. Побудова графіків функцій методами геометричних перетворень.</p> <p>3.1. Побудова графіка функції $y = f(x + a)$.</p> <p>3.2. Побудова графіка функції $y = f(x) + b$.</p> <p>3.3. Побудова графіка функції $y = f(x + a) + b$.</p> <p>3.4. Побудова графіка функції $y = cf(x)$.</p> <p>3.5. Побудова графіка функції $y = f(kx)$.</p> <p>3.6. Побудова графіка функції $y = cf(kx + a) + b$.</p> <p>3.7. Побудова графіка функції $y = f(x)$.</p> <p>3.8. Побудова графіка функції $y = f(x)$.</p> <p>3.9. Побудова графіка функції $y = f(x)$.</p> <p>3.10. Контроль та змістова оцінка сформованості умінь за допомогою ППЗ „GRAN”.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: відношення, аксіома, теорема, метрична геометрія, інваріант, геометрія Евкліда, абсолютна геометрія.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <p>1. Аксіоматика Гільберта геометрії Евкліда.</p> <p>2. Розклад рухів у добуток не більше</p>	<p>42, 50, 51, 53, 69, 70, 71.</p>
-------------------------	---	------------------------------------

	<p>трьох осьових симетрій.</p> <p>3. Рухи першого і другого роду.</p> <p>4. Реферат на тему: „Зародження та розвиток проективної геометрії”.</p> <p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		
9. Раціональні рівняння та системи рівнянь.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Теореми про рівносильні рівняння.</p> <p>2. Раціональні рівняння.</p> <p>2.1. Методи розв’язування раціональних рівнянь: розкладання на множники (застосування теореми Безу) та заміни.</p> <p>2.2. Способи розв’язування рівнянь вищих степенів, що зводяться до квадратних.</p> <p>2.3. Модуль дійсного числа та його властивості. Способи розв’язування раціональних рівнянь, що містять невідому під знаком модуля.</p> <p>2.4. Прийоми та способи розв’язування раціональних рівнянь з параметрами (з використанням ППЗ „GRAN”).</p> <p>3. Системи раціональних рівнянь.</p> <p>3.1. Методи розв’язування систем лінійних рівнянь.</p> <p>3.2. Однорідні та симетричні системи та способи їх розв’язування.</p> <p>3.3. Розв’язування систем раціональних рівнянь методом алгебраїчно-</p>	7	<p>5, 13, 16, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 33, 38, 40, 53, 56, 58, 61, 67.</p>

	<p>го додавання, підстановки та заміни.</p> <p>3.4. Аналітичний та графічний методи розв'язування систем раціональних рівнянь з параметрами (з використанням ППЗ „GRAN”).</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: раціональний, рівняння, корінь рівняння, раціональне рівняння, система рівнянь, сумісні (несумісні) системи рівнянь.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <p>1. Реферат на тему: „Історія алгебричних рівнянь”.</p> <p>2. Розклавши многочлен $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ на множники, одержати одну із формул Кардано.</p> <p>3. Становлення та розвиток науки про розв'язування рівнянь. Формула Кардано, теорема Руффіні-Абеля.</p> <p>4. Розв'язування раціональних рівнянь та систем з параметрами, що пропонувались на вступних іспитах до ВНЗ України та зовнішньому незалежному оцінюванню якості освіти (за три останні роки).</p> <p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		
10. Ірраціональні рівняння та системи рівнянь.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Методи розв'язування ірраціональних рівнянь.</p>	7	5, 13, 16, 18, 21, 22, 24, 25,

	<p>1.1. Метод піднесення обох частин рівняння до одного й того ж степеня (з перевіркою).</p> <p>1.2. Метод рівносильних перетворень.</p> <p>1.3. Метод Ферма (заміни).</p> <p>1.4. Штучні прийоми розв'язування: векторний, оцінки, множення на спряжений вираз.</p> <p>1.5. Прийоми, способи і методи розв'язування ірраціональних рівнянь з параметрами (з використанням ППЗ „GRAN”).</p> <p>2. Методи розв'язування систем ірраціональних рівнянь.</p> <p>2.1. Метод заміни.</p> <p>2.2. Метод рівносильних перетворень.</p> <p>2.3. Штучні прийоми розв'язування: векторний, оцінки.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: ірраціональний, сторонній корінь, наближені обчислення, абсолютна та відносна похибки.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <p>1. Відкриття піфагорійців існування „нерозумних” чисел. Роботи Теєтета.</p> <p>2. Наближення ірраціональних чисел раціональними.</p> <p>3. Реферат на тему: ”Історія числа π”.</p> <p>4. Розв'язування ірраціональних рівнянь та систем з параметрами, що пропонувались на вступних іспитах до ВНЗ України та зовнішньому незалежному оцінюванню якості освіти (за три останні роки).</p>	<p>26, 27, 28, 38, 40, 42, 46, 49, 53, 56, 58, 61, 67, 79.</p>
--	--	--

	<p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		
11. Раціональні нерівності. Системи і сукупності раціональних нерівностей.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Методи та способи розв'язування раціональних нерівностей, їх систем і сукупностей.</p> <p>1.1. Графічний метод розв'язування квадратних нерівностей.</p> <p>1.2. Метод інтервалів.</p> <p>1.3. Метод заміни.</p> <p>1.4. Способи розв'язування нерівностей, що містять змінну під знаком модуля.</p> <p>1.5. Розв'язування систем і сукупностей раціональних нерівностей. Задачі на знаходження області визначення функції.</p> <p>1.6. Аналітичний та графічний методи розв'язування раціональних нерівностей з параметрами (з використанням ППЗ „GRAN”).</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: неперервність функції в точці (на інтервалі), нерівність, трихотомія, область визначення (значень) функції.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <p>1. Властивості числових нерівностей і їх доведення.</p>	7	8, 13, 16, 18, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 38, 40, 42, 44, 45, 53, 56, 58, 61, 67, 68, 69.

	<p>2. Системи та сукупності: теоретико-множинні трактування.</p> <p>3. Реферат на тему: „Визначні нерівності”.</p> <p>4. Розв’язування раціональних нерівностей і систем з параметрами, що пропонувались на вступних іспитах до ВНЗ України та зовнішньому незалежному оцінюванню якості освіти (за останні три роки).</p> <p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроекувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		
12. Ірраціональні нерівності.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Методи розв’язування ірраціональних нерівностей.</p> <p>1.1. Метод інтервалів.</p> <p>1.2. Аналітичний метод (рівносильних перетворень).</p> <p>1.3. Штучні способи розв’язування ірраціональних нерівностей: векторний, оцінки, за властивостями функцій.</p> <p>1.4. Аналітичний та графічний методи розв’язування ірраціональних нерівностей з параметрами (з використанням ППЗ „GRAN”).</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: алгебра синкопічна, алгебра символічна, алгоритм, золотий поділ, переріз Дедекінда.</p>	5	5, 8, 13, 16, 18, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 38, 40, 53, 56, 58, 61, 67, 69.

	<p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.Робота над навчальним проектом: „Алгебричні рівняння, нерівності та системи: прийоми, способи та методи розв’язування”. 2.Складання прикладних задач, що зводяться до розв’язування ірраціональних нерівностей. 3.Реферат на тему: „Побудова теорії дійсних чисел”. 4.Розв’язування ірраціональних нерівностей з параметрами, що пропонувались на вступних іспитах до ВНЗ України та зовнішньому незалежному оцінюванню якості освіти (за три останні роки). <p>IV.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову). 2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань. 3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності. 		
13. Загальнологічні методи розв’язування планіметричних задач на обчислення.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Розв’язування планіметричних задач на обчислення загальнологічними методами. 1.1. Трикутники. Розв’язування трикутників. Рівні та подібні трикутники. 1.2. Площі трикутників і багатокутників. 1.3. Правильні багатокутники. Коло, круг. 1.4. Комбінації планіметричних фі- 	4	8, 13, 21, 25, 26, 27, 28, 29, 38, 39, 44, 45, 46, 50, 53, 54, 55, 62, 65, 66, 67.

	<p>гур.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: трикутник; класифікації трикутників за сторонами і величиною кутів; медіана, бісектриса, висота, середня лінія трикутника; ортоцентр, центроїд, інцентр трикутника; єгипетський трикутник.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <p>1. Способи доведення іменних теорем планіметрії: Ньютона, Лейбніца, Піфагора, Архімеда, Птолемея, Гаусса, Паскаля, Сімпсона, Монжа, Чеви, Менелая, Паппа.</p> <p>2. Реферат на тему: „Геометрія Р.Декарта”</p> <p>3. Зовнішнє незалежне оцінювання якості освіти: планіметричні задачі на обчислення.</p> <p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		
14. Спеціальні методи та способи розв’язування планіметричних задач на обчислення.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Планіметричні задачі на обчислення: спеціальні методи та способи розв’язування.</p> <p>1.1. Трикутники. Площі трикутників.</p> <p>1.2. Рівні та подібні трикутники.</p> <p>1.3. Чотирикутники.</p> <p>1.4. Многокутники. Площі многокут-</p>	8	2, 5, 8, 13, 25, 26, 27, 28, 29, 38, 39, 46, 50, 53, 54, 55, 61, 62, 66,

	<p>ників.</p> <p>1.5. Правильні многокутники. Коло і круг (кругові сектор і сегмент).</p> <p>1.6. Комбінації планіметричних фігур.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: рівні, подібні трикутники; паралелограм, прямокутник, ромб, квадрат; вписаний, описаний многокутник; правильні многокутники; кругові сектор і сегмент.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <p>1. Основні метричні співвідношення між елементами в трикутнику, многокутнику, колі та фігурах, що є комбінацією плоских фігур (створення таблиці систематизації знань).</p> <p>2. Реферат на тему: „Фалес Мілетський і теорема Фалеса”</p> <p>3. Розв’язування планіметричних задач на обчислення, що пропонувались на вступних іспитах до ВНЗ України та зовнішньому незалежному оцінюванню якості освіти.</p> <p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		71, 72, 73.
15. Загальнологічні методи доведення.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Аналітичний, синтетичний, аналі-</p>	5	5, 8, 13, 21, 26, 27,

	<p>тико-синтетичний методи доведення. Метод доведення від супротивного.</p> <p>2. Розв'язування планіметричних задач на доведення загально-логічними методами.</p> <p>2.1. Взаємне розташування прямих на площині.</p> <p>2.2. Трикутники. Розв'язування трикутників. Рівність та подібність трикутників.</p> <p>2.3. Чотирикутники. Вписані й описані багатокутники.</p> <p>2.4. Комбінації планіметричних фігур.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: кон'юнкція, диз'юнкція, заперечення, імплікація, еквівалентність, квантор, логічний закон, логічна суперечність, логічна виконуваність твердження.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <p>1. Числення висловлювань. Операції математичної логіки: кон'юнкція, диз'юнкція, заперечення, імплікація, рівносильність.</p> <p>2. Основні закони алгебри логіки: суперечності, виключення третього, ідемпотентності, комутативний, асоціативний, дистрибутивний, поглинання, подвійного заперечення, де Моргана.</p> <p>3. Квантори загальності та існування. Закони де Моргана.</p> <p>4. Реферат на тему: „Становлення та розвиток математичної логіки”.</p> <p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної</p>	<p>28, 29, 38, 39, 44, 45, 50, 53, 54, 55, 62, 69, 72, 73.</p>
--	--	--

	<p>діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроекувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		
<p>16. Спеціальні методи та способи розв'язування планіметричних задач на доведення.</p>	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Метод математичної індукції.</p> <p>2. Методи геометричних перетворень.</p> <p>3. Методи площ і алгебричний (рівнянь).</p> <p>4. Способи введення допоміжного елемента, заміни заданої фігури іншою фігурою, використання спільного елемента.</p> <p>2. Планіметричні задачі на доведення: спеціальні методи та способи розв'язування.</p> <p>2.1. Трикутники.</p> <p>2.2. Чотирикутники.</p> <p>2.3. Многокутники. Площі многокутників.</p> <p>2.4. Коло і круг. Комбінації геометричних фігур.</p> <p>2.5. Задачі на доведення властивостей геометричних перетворень площини.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: принцип математичної індукції; геометричні перетворення (паралельне перенесення, центральна симетрія, осьова симетрія, поворот, гомотетія, ковзне відбиття, гомотетичний поворот, гомотетичне відбиття).</p>	9	<p>2, 5, 13, 20, 25, 26, 27, 28, 29, 38, 39, 53, 54, 55, 61, 62, 73.</p>

	<p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Застосування комплексних чисел у процесі розв'язування геометричних задач на доведення. 2. Аналітичне задання геометричних перетворень площини в курсі елементарної математики. 3. Реферат на тему: "Геометричні перетворення площини: від „Начал” Евкліда до Ерлангенської програми Ф. Клейна”. 4. Розв'язування планіметричних задач на доведення, що пропонувались на вступних іспитах до ВНЗ України та зовнішньому незалежному оцінюванню якості освіти (за останні три роки). <p>IV.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову). 2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань. 3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності. 		
17. Математична структура та побудова теорії конструктивної планіметрії.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Постановка задачі на побудову циркулем і лінійкою. Дії над відрізкамі. 2. Основні побудови. Загальна схема розв'язування задач на побудову. 3. Розв'язування задач на побудову за загальною схемою. 3.1. Задачі на побудову прямих. 3.2. Задачі на побудову кіл. 3.3. Задачі на побудову трикутників. 	4	2, 3, 5, 8, 10, 21, 25, 27, 29, 37, 39, 44, 45, 50, 51, 54, 55, 57, 62.

	<p>3.4. Задачі на побудову чотирикутників.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: медіатриса, середнє геометричне, четверте пропорційне, „золотий” поділ відрізка, коло Аполлонія, трисекція кута.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <p>1. Реферат на тему: „Три визначні задачі давнини”.</p> <p>2. Поділ відрізка в середньому та крайньому відношенні за допомогою циркуля і лінійки.</p> <p>3. По сторінках шкільних підручників з геометрії: задачі на побудову.</p> <p>4. Складання задач конструктивної геометрії, що зводяться до основних побудов.</p> <p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		
18. Методи розв’язування планіметричних задач на побудову.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Методи геометричних побудов на площині.</p> <p>1.1. Знаходження ГМТ площини. Метод ГМТ.</p> <p>1.2. Метод центральної симетрії.</p> <p>1.3. Метод осьової симетрії.</p> <p>1.4. Метод паралельного перенесення.</p> <p>1.5. Метод повороту.</p>	8	2, 3, 7, 10, 13, 25, 26, 27, 28, 29, 38, 39, 46, 50, 51, 53, 54, 55, 61, 62.

	<p>1.6. Метод подібності.</p> <p>1.7. Алгебричний метод.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: варіація, квадратриса, пантограф, трисектриса, трактриса, трансверсаль.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <p>1. Задачі Потенота і Аполлонія. Задача М.Ф. Четверухіна: за зображеннями трикутника і його ортоцентра визначити форму самого трикутника.</p> <p>2. Побудови Штейнера і Маскероні.</p> <p>3. Реферат на тему: „Критерії розв’язуваності задач на побудову”.</p> <p>4. Складання задач на побудову, що розв’язуються кожним із виділених семи методів.</p> <p>5. Розв’язування задач на побудову, що пропонувалися на вступних іспитах у ВНЗ України, зовнішньому незалежному оцінюванні знань (за три останні роки).</p> <p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		
19. Вектори на площині. Метод векторів.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Метод векторів: навчальна модель.</p> <p>2. Векторний метод розв’язування задач планіметрії.</p> <p>2.1. Задачі на знаходження довжини відрізка.</p>	6	2, 3, 13, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 38, 39, 46, 50, 51,

	<p>2.2. Задачі на обчислення градусної міри кута.</p> <p>2.3. Задачі на знаходження відношення, у якому точка ділить відрізок (простого відношення трьох точок).</p> <p>2.4. Задачі на доведення колінеарності трьох точок, перетину трьох прямих в одній точці.</p> <p>2.5. Задачі на доведення паралельності та перпендикулярності прямих.</p> <p>2.6. Планіметричні задачі на екстремум.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: базис, векторний простір, векторна алгебра, векторне числення, вектор-функція.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Реферат на тему: „Становлення та розвиток векторного числення”. 2. По сторінках шкільних підручників з геометрії: розв’язування задач векторним методом. 3. Складання планіметричних задач, що розв’язуються методом векторів. 4. Вектори та метод векторів на вступних іспитах до ВНЗ України та зовнішньому незалежному оцінюванню якості освіти (за три останні роки). <p>IV.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову). 2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань. 	<p>53, 55, 61, 62, 64, 71.</p>
--	---	--

	3. Спроекувати зміст подальшої навчальної діяльності.		
20. Введення координат на площині. Метод координат.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <ol style="list-style-type: none"> Відстань між двома точками, поділ відрізка у заданому відношенні. Рівняння кривої. Рівняння прямої і кола. Метод координат: навчальна модель. Координатний метод розв'язування планіметричних задач. 1. Задачі на відшукування ГМТ. Розв'язування задач за допомогою ППЗ „GRAN”. 2. Задачі на встановлення залежностей між елементами геометричних фігур. <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: абсциса, ордината, апліката, репер, біекція, декартова модель, параметричне рівняння кривої.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <ol style="list-style-type: none"> Полярна і біполярна системи координат на площині. По сторінках шкільних підручників з геометрії: розв'язування задач методом координат. Складання планіметричних задач, що розв'язуються координатним методом. Робота над навчальним проектом: „Координати та вектори на площині. Координатний і векторний методи розв'язування планіметричних задач”. 	6	2, 3, 13, 21, 22, 25, 26, 27, 28, 29, 38, 39, 46, 50, 51, 53, 54, 55, 56, 61, 64, 71.

	<p>5. Координати та метод координат на вступних іспитах у ВНЗ України та зовнішньому незалежному оцінюванні якості освіти (за три останні роки).</p> <p>IV.</p> <p>1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову).</p> <p>2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань.</p> <p>3. Спроектувати зміст подальшої навчальної діяльності.</p>		
21. Олімпіадні задачі: прийоми, способи та методи розв'язування.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <p>1. Прийоми, способи та методи розв'язування задач математичних олімпіад.</p> <p>1.1. Розв'язування рівнянь, нерівностей і систем. Метод оцінок (метод векторів).</p> <p>1.2. Доведення нерівностей.</p> <p>1.3. Задачі з цілою та дробовою частинами числа.</p> <p>1.4. Діофантові рівняння.</p> <p>1.5. Функціональні рівняння та методи їх розв'язування.</p> <p>1.6. Геометричні нерівності та екстремуми.</p> <p>1.7. Планіметричні задачі на обчислення і доведення.</p> <p>1.8. Задачі на покриття, розрізання, розфарбування фігур.</p> <p>1.9. Розв'язування задач 2-3 туру математичних олімпіад.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: антьє, невизначене рівняння, гармонічна чет-</p>	8	11, 12, 24, 47, 48, 57, 61, 62, 77, 80.

	<p>вірка точок, проєктивна площина, афінна еквівалентність фігур, проєктивна еквівалентність фігур.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Принцип Діріхле. Розв'язування задач на застосування принципу Діріхле. 2. Текстові задачі математичних олімпіад. 3. Розв'язування задач другого, третього і четвертого турів математичних олімпіад (за три останні роки). 4. Складання олімпіадних задач. 5. Реферат на тему: „Збірна України на Міжнародних математичних олімпіадах школярів”. <p>IV.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову). 2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань. 3. Спроекувати зміст подальшої навчальної діяльності. 		
22. Навчально-дослідницькі задачі Малої академії наук.	<p>I. Опрацювати тему за такими питаннями:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Структура та зміст навчально-дослідницької роботи Малої академії наук (МАН). 2. Змістовий аналіз кращих робіт МАН секцій „математика”, „прикладна математика”. 3. Прийоми та способи розв'язування дослідницьких задач МАН. 3.1. Способи обчислення числа „π”. 3.2. Число „e” як результат серії сто- 	6	1, 3, 9, 17, 18, 23, 30, 33, 44, 45, 51, 65.

	<p>хастичних експериментів.</p> <p>3.3. Аналітичний підхід до вивчення проєктивних перетворень площини.</p> <p>3.4. Ізопериметрична задача.</p> <p>3.5. Тригонометричні функції як розв'язки системи функціональних рівнянь.</p> <p>3.6. Математичні закономірності в мистецтві.</p> <p>3.7. Гіперболічний параболоїд і проблема інтерпретацій геометрії Лобачевського.</p> <p>II. Записати визначення понять і обґрунтувати їх походження: розширення евклідової площини, ангармонічне відношення, перспектива, колінеації, числовий ряд, геометрична ймовірність, паралельність прямих у розумінні Лобачевського, кут паралельності.</p> <p>III. Індивідуальні та групові завдання:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Дослідження аксіоматики шкільного курсу геометрії. 2. Фрактальна геометрія: становлення, розвиток, перспективи досліджень. 3. Реферат на тему: „Премії математикам”. 4. Сформулювати тему та розробити проєкт дослідницької роботи МАН. <p>IV.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Проаналізувати зміст виконаної діяльності (теоретичну і практичну складову). 2. Оцінити рівні сформованості навчальних умінь, засвоєння теоретичних і практичних знань. 3. Спроекувати зміст подальшої навчальної діяльності. 		
--	--	--	--

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ СТУДЕНТІВ

Рі- вень	Бали за 12- баль- ною си- стемою	Бали за 100- баль- ною си- стемою	Критерії оцінювання відповіді	
			Теоретичні знання	Уміння
<i>Низький рівень «2» (рецептивно-продуктивний)</i>	1	0-25	Студент наводить приклади теоретичних понять (розпізнає), без їх формулювання. Не може обґрунтувати походження понять, виділити істотні (змістові) характеристики. Відповідає на конкретні запитання порівняльного змісту однослівно („так” чи „ні”).	Під час виконання визначеного способу дій студент потребує постійної консультації та контролю з боку викладача (одногрупників). Лише з допомогою одногрупників та викладача виконує визначені дії (операції).
	2	26-49	Під час формулювання теоретичних понять студент робить суттєві помилки, не може обґрунтувати їх походження. Водночас наводить приклади їх застосування. На питання теоретичного змісту відповідає однослівно („так” чи „ні”). Намагається відтворити незначну частину матеріалу в тому вигляді і в тій послідовності, у якій воно було розглянуто на лекції або консультації	За умови постійного контролю й допомоги з боку викладача (одногрупників) студент виконує визначений спосіб дій. Водночас близько половини визначених дії (операції) уміє виконувати самостійно.

Рі- вень	Бали за 12- баль- ною си- стемою	Бали за 100- баль- ною си- стемою	Критерії оцінювання відповіді	
			Теоретичні знання	Уміння
	3	50-60	Студент з помилками (неточностями) характеризує окремі теоретичні поняття, не обґрунтовує їх походження. Теоретичним матеріалом володіє на рівні окремих фрагментів, що становлять незначну його частину.	Студент уміє виконувати самостійно основні дії (операції), що включає визначений спосіб дій. Однак самостійно не контролює виконання усього (цілісного) способу дій, потребує допомоги викладача (одногогрупників).
<i>Середній рівень «3» (репродуктивний)</i>	4	61-65	Студент володіє теоретичним матеріалом на рецептивно-продуктивному рівні. Водночас намагається його відтворити на репродуктивному рівні: за допомогою викладача (одногогрупників) відтворює словами, близькими до тексту, означення теоретичних понять; лише частково згадує текст підручника; ілюструє відповіді прикладами, що були наведені в підрунику (лекції).	Студент знає спосіб дій, однак не повністю контролює правильність його виконання під час розв'язування типових задач. виправляє допущені помилки лише з допомогою викладача (одногогрупників).

Рі- вень	Бали за 12- баль- ною си- стемою	Бали за 100- баль- ною си- стемою	Критерії оцінювання відповіді	
			Теоретичні знання	Уміння
	5	66-70	Студент за допомогою викладача (одногрупників) дає правильне визначення окремих понять, вказує на деякі їх характеристичні властивості; правильно відтворює основний теоретичний матеріал, наводить власні приклади його застосування на практиці.	Студент знає спосіб дій, однак допускає помилки у процесі розв'язування типових задач. Самостійно виправляє помилки на етапі контролю способу розв'язування. Допускає незначні „механічні” помилки під час виконання дій (операцій).
	6	71-74	Студент формулює означення теоретичних понять, самостійно виділяє їх змістові (істотні) характеристики, однак не може обґрунтувати їх походження. За незначної допомоги викладача (одногрупників) свідомо відтворює теоретичний матеріал, наводить власні приклади його застосування, допускаючи при цьому незначні неточності. Відповідь студента характеризується застосуванням деяких змістово-теоретичних дій (аналіз, абстрагування).	Студент уміє розв'язувати типові задачі в рамках визначеного (наперед заданого) способу дій. Самостійно виконує дії (операції) та контролює правильність їх виконання. Уміє виділяти основні етапи процесу розв'язування типових задач (виконання способу дій).

Рі- вень	Бали за 12- баль- ною си- стемою	Бали за 100- баль- ною си- стемою	Критерії оцінювання відповіді	
			Теоретичні знання	Уміння
<i>Вище середнього «4» (конструктивний)</i>	7	75-80	Студент володіє мате-ріалом на репродукти-вному рівні. Водночас може обґрунтувати походження основних теоретичних понять. Свідомо без помилок відтворює теоретичний матеріал, наводить власні приклади; правильно розкриває суть теоретичних питань. З допомогою викладача (одногрупників) намагається конструювати теоретико-понятійний апарат під час розв'язування нового типу задач (задач вищого рівня змістового теоретичного узагальнення).	Студент володіє способом дій на ре-продуктивному рівні: вміє розв'язувати типові задачі. З до-помогою викладача (одногрупників) конструює спосіб дій у процесі розв'я-зування нового типу задач. Уміє проана-лізувати нову задач-ну ситуацію, спланувати можливі шляхи її розв'язан-ня.
	8	81-85	Студент усвідомлено володіє теоретичним матеріалом, знає його походження та область (межі) застосування на практиці. Під час розв'язування пробле-мних задачних ситуа-цій (задач нового типу) конструює необхідний теоретико-понятійний апарат, допускаючи при цьому незначні	Студент уміє розв'я-зувати типові задачі (володіє визначени-ми способами дій). Конструює способи розв'язування ново-го типу задач (задач вищого рівня уза-гальнення. Будує рі-зного виду моделі (математичні, на-вчальні). У процесі реалізації побудова-

Рі- вень	Бали за 12- баль- ною си- стемою	Бали за 100- баль- ною си- стемою	Критерії оцінювання відповіді	
			Теоретичні знання	Уміння
			помилки логічного й понятійного змісту. Аргументовано відповідає на поставлені запитання і намагається відстояти свою точку зору.	них моделей (сходження від абстрактного до конкретного) допускає незначні помилки. Уміє узагальнювати та систематизувати навчальний матеріал; планувати власну пізнавальну діяльність.
	9	86-90	Студент вільно володіє теоретичним матеріалом, обґрунтовує його походження. Знає типи задач, що розв'язуються на вивченій теоретико-понятійній основі. Конструює теоретичну модель, що є підґрунтям для розв'язування нового типу задач і задач вищого рівня узагальнення (навчально-теоретичних). З метою підтвердження правильності зроблених висновків використовує міжпредметні зв'язки.	Студент володіє способами дій у процесі розв'язування типових задач. Володіє розвивально-задачним методом навчання математики. Водночас конструює способи та методи розв'язування нового типу задач (навчально-теоретичних). Уміє їх застосовувати під час розв'язування частинних задач. Контролює правильність виконання дій (операцій) на кожному із визначених етапів. Здійснює самоаналіз виконаної діяльності, планує подальші свої навчально-пізнавальні дії.

Рі- вень	Бали за 12- баль- ною си- стемою	Бали за 100- баль- ною си- стемою	Критерії оцінювання відповіді	
			Теоретичні знання	Уміння
Високий рівень «5» (проектувально-прогностичний)	10	91-93	Студент вільно володіє теоретичним матеріалом на конструктивному рівні. Самостійно намагається зробити змістово-теоретичні узагальнення, що дозволяють розв'язувати навчально-теоретичні задачі. Дає відповідь на запитання, що потребують знання кількох тем, цілого розділу; наводить приклади внутрішньо предметних і міжпредметних зв'язків. Засвоєні теоретичні знання мають ознаки системності. Студент самостійно визначає окремі цілі власної навчально-професійної діяльності.	Студент уміє ставити та розв'язувати навчальні задачі: володіє відповідними способами дій, у пізнавальній діяльності застосовує розвивально-задачний метод навчання математики. З допомогою викладача (одногрупників) може розв'язувати навчально-теоретичні задачі з математики. Уміє працювати зі спеціальною літературою (довідники, тлумачні словники, енциклопедії, наукові журнали тощо), контролює і планує свої дії, висуває гіпотези.

Рі- вень	Бали за 12- баль- ною си- стемою	Бали за 100- баль- ною си- стемою	Критерії оцінювання відповіді	
			Теоретичні знання	Уміння
	11	94-97	Студент розуміє зміст, походження теоретичних знань з дисципліни, висловлюючи особисту позицію щодо них. Вільно висловлює власні думки, може дискутувати з того чи іншого питання. Визначає програму особистої пізнавальної діяльності та вказує основні засоби її реалізації. Володіє теоретичними методами наукового пізнання та мислення: історичний та логічний, сходження від абстрактного до конкретного, моделювання, аксіоматичний, структурно-системний. Засвоєні студентом знання та його мислення вирізняються системністю. До складу виконуваної студентом діяльності входить проектувальний і прогностичний компоненти.	Студент володіє узагальненими способами дій під час розв'язування навчальних і навчально-теоретичних задач. Уміє самостійно застосовувати розвивально-задачний метод навчання математики, розв'язувати основні типи навчально-теоретичних задач з математики. Згідно принципу розвивальної наступності планує систему задач; проектує власну навчальну діяльність і прогнозує її результат.

Рі- вень	Бали за 12- баль- ною си- стемою	Бали за 100- баль- ною си- стемою	Критерії оцінювання відповіді	
			Теоретичні знання	Уміння
Найвищий рівень «5» (креативний)	12	98-100	Студент володіє теоретичним матеріалом на проектувально-прогностичному рівні, Знає не тільки його походження, але й методологію на загальнонауковому рівні (система теоретичних методів дослідження). Має здібності до творчого, парадигмального мислення. Висуває концептуальні ідеї, формулює гіпотези, намагається їх експериментально перевірити. За своїм змістом виконувана діяльність наближається до науково-дослідницької або є такою.	Студент уміє самостійно здобувати знання, формулювати (ставити) проблему і визначати можливі шляхи її розв'язання. Уміє розв'язувати основні типи задач, що входять до структури виконуваної навчальної діяльності: прикладні, математичні, навчальні, навчально-теоретичні. Проектує структуру виконуваної діяльності у вигляді системи задач, що характеризується розвивальною наступністю. Окрім цього намагається розв'язувати задачі, що вирізняються ще вищим рівнем змістового теоретичного узагальнення, у тому числі дослідницькі задачі-проблеми з математики.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна література

1. Александров А.Д. Основания геометрии. – М.: Наука, 1987. – 324 с.
2. Антоненко М.І. Розв'язування геометричних задач: Книга для вчителя. – К.: Рад. шк., 1991. – 128 с.
3. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. В 2-х частях. – М.: Просвещение, 1987. – 324 с.
4. Барабашов А.Г. Будущее математики: методологические аспекты прогнозирования. – М.: МГУ, 1991. – 160 с.
5. Бевз В.Г. Практикум з історії математики: Навч. посіб. для студентів фіз.-мат. ф-тів педуніверситетів. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. – 312 с.
6. Бевз Г.П. Про числа //Математика в школі. – 2002. – №1. – С. 6-9. – 2002. – №2. – С. 23.
7. Боравльов А.П., Ленчук І.Г. Аналіз у розв'язуванні задач на побудову. –К.: Вища школа, 2002. – 243 с.
8. Бугай А.С. Короткий тлумачний математичний словник. – К.: Рад. школа, 1964. – 428 с.
9. Бурбаки Н. Архитектура математики. – М.: Знание, 1972. – 32 с.
10. Бурда М.І. Розв'язання задач на побудову в 6-8 класах. – К.: Рад. школа, 1986. – 110 с.
11. Вишенський В. А., Ганюшкін О. Г., Карташов М. В., Михайловський В. І., Призва Г. Й., Ядренко М. Й. Українські математичні олімпіади. – К.: Вища шк., 1993. – 321 с.
12. Вишенський В. А., Карташов М. В., Михайловський В. І., Ядренко М. Й. Київські математичні олімпіади 1984–1993 рр. – К.: Либідь, 1993. – 157 с.
13. Вишенський В.А., Перестюк М.О., Самойленко А.М. Збірник задач з математики. – К.: ТВіМС, 2000. – 163 с.
14. Возняк Г.М., Маланюк М.П. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики: Посібник для вчителя. – К.: Рад. шк., 1989. – 128 с.
15. Войцехович В.Э. Математическое познание: от гипотезы к теории. – Минск: Университетское, 1984. – 144 с.
16. Горнштейн П.І., Полонський В.Б., Якір М.С. Задачі з параметрами. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 256 с.
17. Гнеденко Б.В. Математика и научное познание. М. – Знание, 1983. – 64 с.

18. Давидов М.О. Курс математического анализа: Підручник: У 3 ч. Ч. I. Функції однієї змінної. – К.: Вища школа, 1990. – 383 с.
19. Дороговцев А. Я., Ядренко М. Й. Метод координат. – К.: Вища школа, 1972. – 84 с.
20. Дусавицкий А.К., Погребняк О.Н. Педагогическая деятельность в развивающем образовании. Восхождение к личности: Учебное пособие. – Харьков, 2006. – 200 с.
21. Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика /Глав. ред. М.Д. Аксёнова. – М.: Аванта+, 2000. – 688 с.
22. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів – К.: Техніка, 1997. – 303 с.
23. Завало С.Т. Арифметика, алгебра і початки аналізу. – К.: Радянська школа, 1969. – 504 с.
24. Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа: Учеб. пособие для 10-11 кл. сред. школы /Б.М. Ивлев, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын, С. И. Шварцбурд. – М.: Просвещение, 1990. – 48 с.
25. Завдання з математики для екзаменів за курс спеціалізованих фізико-математичних шкіл, ліцеїв і гімназій. – К: Освіта, 1994. – 75 с.
26. Збірник задач з математики для вступників до вузів /За ред. М.І. Сканаві. – К.: Вища школа, 1992. – 445 с.
27. Збірник конкурсних задач з математики /Ш.Г. Горделадзе, М.М. Кухарчук, Ф.П. Яремчук. – К.: Вища школа, 1988. – 328 с.
28. Збірник тестових завдань з математики для абітурієнтів /За заг. ред. В.В. Михайленка. – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 196 с.
29. Зив Б.Г. и др. Задачи по геометрии для 7-11 классов. – М: Просвещение, 1991. – 171 с.
30. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XX столетии. – М.: Наука, 1989. – 456 с.
31. Кипнис И.М. Задачи на составление уравнений и неравенств: Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1980. – 62 с.
32. Коваленко В.Г., Следзінський І.Ф. Математична символіка: Посібник для самоосвіти вчителів /З а ред. І.Ф, Тесленка. – К.: Рад школа, 1981. – 80 с.
33. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Курс вищої алгебри. К.: Вища школа, 1969. – 540 с.
34. Колмогоров А.Н. Математика в её историческом развитии /Под ред В.А. Успенского. – М.: Наука, 1991. – 224 с.
35. Колягин Ю.М., Оганесян В.А. Учись решать задачи. – М.: Просвещение, 1980. – 96 с.
36. Конет І. М., Паньков В. Г., Радченко В. М., Теплінський Ю. В. Обласні математичні олімпіади. – Кам'янець-Подільський:

- Абетка, 2000. – 184 с.
37. Конфорович А.Г. Визначні математичні задачі. – К.: Рад. школа, 1981. – 189 с.
 38. Кругликов А.В., Плакса С.А. Сборник заданий для довузовской подготовки по математике. – К.: НТУУ “КПІ”, 1999. – 232 с.
 39. Кушнір І. А. Методи розв’язання задач з геометрії. – К.: Абрис, 1994. – 134 с.
 40. Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия: Учеб. Пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1991. – 352 с.
 41. Лурье М.В., Александров Б.И. Задачи на составление уравнений. – М.: Наука, 1976. – 80 с.
 42. Любецкий В.А. Основные понятия школьной математики: Учеб. Пособие для студентов пед. ин-тов по спец. №2104 «Математика». – М.: Просвещение, 1987. – 400 с.
 43. Математика 5-12 класи. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. – Київ, 2005. – 64 с.
 44. Математика в поняттях, означеннях і термінах: В 2 т. /О.В. Мантуров та ін. – К.: Рад. школа, 1986. – Т. 1: А – Л. – 383 с.
 45. Математика в поняттях, означеннях і термінах: В 2 т. /О.В. Мантуров та ін. – К.: Рад. школа, 1986. – Т. 2: М – Я. – 360 с.
 46. Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир И. С. Неожиданный шаг или сто тринадцать красивых задач. – К.: Александрия, 1993. – 157 с.
 47. Михайловський В.І., Ядренко М.Й., Призва Г.Й., Вишенський В.А. Збірник задач республіканських математичних олімпіад. – 4-е вид. перероб і допов. Київ: Вища школа, 1979. – 264 с.
 48. Недокіс В. А. Розв’язування найпростіших функціональних рівнянь методом підстановок //У світі математики, 1996. – №4. – С. 27-30.
 49. Несторенко А.М., Тарасенкова Н.А., Ситник О.О. Ірраціональні рівняння, нерівності та їх системи: Практикум для організації самостійної до вузівської підготовки /За ред. Н.А. Тарасенкової. – Черкаси: ЧДТУ, 2002. – 203 с.
 50. Погорелов О.В. Геометрія: Підручник для 7-11 класу середньої школи. – К.: Рад. Школа, 1991. – 352 с.
 51. Погорелов А.В. Геометрия. – М.: Наука, 1983. – 288 с.
 52. Практика розвивального навчання. Збірник статей. – Харків, 2004. – 192 с.
 53. Практикум з розв’язування задач з математики. За ред. В.І. Михайловського – Київ, 1975. – 424 с.
 54. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Ч І. – 2-е изд., пере-

- раб. и доп. – М.: Наука, 1991. – 320 с.
55. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Ч II. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1991. – 240 с.
 56. Програма GRAN 1 для вивчення математики в школі й вузі: Методичні рекомендації /Укл. М.І. Жалдак, Ю.В. Горошко. – К.: КДПІ, 1992. – 48 с.
 57. Радченко В. М. Про доведення нерівностей //У світі математики, 1996. — №1. – С. 17-21.
 58. Репета В.К., Клешня Н.О., Репета Л.А. Задачі з параметрами: Посібник для абітурієнтів та старшокласників. – К.: КМУЦА, 2000. – 120 с.
 59. Рыбников К.А. Введение в методологию математики. – М.: МГУ, 1979. – 128 с.
 60. Сарана О.А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч: Методичний посібник для вчителів математики, учнів та студентів математичних спеціальностей вищих педагогічних навчальних закладів. – Житомир, 1999. – 134 с.
 61. Сарана О.А., Ясінський В.В. Конкурсні задачі підвищеної складності з математики. Навчальний посібник для слухачів ФДП НТУУ „КПІ”. – К.: НТУУ „КПІ”, 2005. – 260 с.
 62. Сарана О.А., Семенець С.П. Нестандартні геометричні задачі. Навчально-методичний посібник. – Житомир. – Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2007. – 150 с.
 63. Семенець С.П. Про вивчення функцій у класах фізико-математичного профілю //Математика в школі, 2005. – №7. – С. 33-35.
 64. Семенець С.П. Навчальне моделювання методів доведення в шкільному курсі математики //Математика в школі, 2006. – №9. – С. 12-16.
 65. Семенець С.П. Ефективний метод доведення непростих теорем планіметрії //У світі математики, 2006. – Том 12. – Випуск 1. – С. 27-33.
 66. Семенець С.П. Навчання учнів основної школи методам геометричних перетворень //Математика в школі, 2007 – №1 – С. 17-20.
 67. Семенець С.П. Концепція розвивальної освіти в основній і старшій школах: розвивально-задачний метод навчання математики /Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє: матеріали Міжнародної науково-практичної конференції. – Київ, 2007. – С. 37-38.
 68. Сивашинский И. Х. Неравенства в задачах. – М.: Наука, 1967. – 142 с.
 69. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология: Монография. – Донецк: ДонГУ, 2004. –

439 с.

70. Современные основы школьного курса математики /Н.Я. Виленкин, К.И. Дуничев, Л.А. Калужнин, А.А. Столяр. – М: Просвещение, 1980. – 240 с.
71. Тадеєв В. О. Розв'язування планіметричних задач векторно-координатним методом: Навч. посібник для учнів. (Бібліотечка заочної математичної школи). – Тернопіль, 1998. – 187 с.
72. Тарасенкова Н.А. Диференційовані завдання за готовими малюнками для 8 класу. – К.: КІМО, 1999. – 80 с.
73. Тарасенкова Н.А. Диференційовані завдання за готовими малюнками для 9 класу. – К.: Техніка, 2001. – 120 с.
74. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики: Монографія. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.
75. Терёшин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
76. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Рассказы о прикладной математике. – М.: Наука, 1979. – 207 с.
77. Українські математичні олімпіади: Довідник /В.А. Вишенський та ін. – К.: Вища школа, 1993. – 415 с.
78. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
79. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. "Алгебра і початки аналізу 10-11". - К.: "Зодіак-Еко", 1995. – 330 с.
80. Ясінський В.А. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв'язування. – Вінниця: Вінницький пед. ун-т, 1998. – 212 с.

Додаткова література

1. Александрова Э.И. Научно-методические основы построения начального курса математики в системе развивающего обучения: Монография /Э.И. Александрова. – Омск: ГОУ ДПО ИПКРО, 2006. – 332 с.
2. Балк М.Д., Балк Г.Д. Реальные применения мнимых чисел: Для ст. шк. возраста. – К.: Рад. школа, 1988. – 254 с.
3. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. – Київ: ЦУЛ, 2002. – 428 с.
4. Бевз В.Г. Використання історичного матеріалу у навчанні елементарної математики майбутніх учителів //Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2004. – Вип. 22. С. 62-68.
5. Белл Э.Т. Творцы математики: Предшественники современной математики. – М.: Просвещение, 1979. – 256 с.

6. Бородин О.І. Історія розвитку поняття про число і системи числення. – 3-є вид. перероб. і доп. – К.: Рад. шк., 1978. – 103 с.
7. Вейль Г. Математическое мышление. – М.: Прогресс, 1987. – 336 с.
8. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении (логико-психологические проблемы построения учебных предметов). – М.: Педагогика, 1972. – 424 с.
9. Дусавицкий А.К. Развивающее образование: теория и практика. Статьи. – Харьков, 2002. – 146 с.
10. Закон України „Про загальну середню освіту” //Відомості Верховної Ради України. – 1999.– №28.
11. Закон України „Про вищу освіту” /Інформаційний збірник Міністерства освіти і науки. Червень 2002 р.
12. Ижболдин О., Курляндчик Л. Неравенство Иенсена. – М.: Квант 4(1990). – С. 34-37.
13. Істер О. С. Комбінаторика, біном Ньютона та теорія ймовірностей у школі. – Харків: ТО “Гімназія”, НМЦ “Світ дитинства”, 1999. – 184 с.
14. Колмогоров А.Н. Математика – наука и профессия. – М.: Наука, 1988. – 285 с.
15. Конфорович А.Г. Математика служить людині: Для ст. шк. віку. – К.: Рад. школа, 1984. – 250 с.
16. Концепція математичної освіти 12-річної школи //Математика в школі. – 2002. – №2. С. 12-17.
17. Лейфура В.М., Мітельман І.М., Радченко В.М., Ясінський В.А. Задачі міжнародних математичних олімпіад та методи їх розв’язування. – Львів: Євросвіт, 1999. – 255 с.
18. Недокіс В. А. Про функціональне рівняння Коші //У світі математики, 4(1998), №2. – С. 14-19.
19. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1976. – 345 с.
20. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1976. – 312 с.
21. Програма для класів гуманітарного напрямку: Математика, 10-11 класи. – К.: Шкільний світ, 2001. – С. 38-48.
22. Програма для класів з поглибленим вивченням математики, 8-11 класи. – К.: Шкільний світ, 2001. – 36 с.
23. Семенець С.П. Аналітичне задання проєктивних перетворень площини. Теорема Бріансона //Вісник ЖДПУ, 2003. – №.11. – С. 115-118.
24. Семенець С.П. Мала академія наук у системі розвивального навчання майбутніх учителів математики //Нові технології навчання: Наук.-метод. зб. /Кол. авт. – К.: Наук.-метод. центр вищої освіти, 2005.– Вип. 41. – С. 229-237.
25. Семенець С.П. Аналітичний підхід до вивчення проєктивних пе-

- ретворень площини //Проблеми сучасного підручника: Збірник наукових праць. Випуск 5. Інститут педагогіки АПН України, Київ-Бердянськ, 2004. – С. 63-70.
26. Скафа О.І. Методичні складові формування понять в евристичному навчанні математики //Математика в школі. – 2004. – №1. – С. 2-6.
 27. Федак І. В. Довжини, кути, площі, цікаві лінії і точки. Посібник для підготовки до математичних олімпіад: Бібліотечка заочної математичної школи. – Тернопіль, 1998. – 195 с.
 28. Федак І. В. Розв'язування рівнянь. Доведення нерівностей. Посібник для підготовки до математичних олімпіад: Бібліотечка заочної математичної школи. – Тернопіль, 1997. – 143 с.
 29. Хацет Б. І., Ушаков Р. П. Опуклі функції та нерівності. – К.: Вища шк., 1986. – 121 с.
 30. Хромой Я.В. Збірник вправ і задач з математичної логіки. К.: Вища школа, 1978. – 160 с.
 31. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия. – М.: Учпедгиз, 1961. – 357 с.
 32. Ядренко М. Й. Принцип Діріхле: Бібліотечка фізико-математичної школи. – К.: Вища шк., 1985. – 57 с.